

HANDLEDNING

# Räkna med ABAKUS





HANDLEDNING

*Räkna med*  
**ABAKUS**

Specialpedagogiska skolmyndigheten  
www.spsm.se

### **Räkna med Abakus – handledning**

© 2017 Specialpedagogiska skolmyndigheten

Redaktör: Catarina Hägg

Manus: Ann-Charlotte Larsson, Marianne Eng

Grafisk form och illustration: Kristina Schollin-

Borg Tryck: Lenanders Grafiska, Kalmar.

ISBN: 987-91-28-11600-8 (tryckt)

Artikel nr: 11600

ISBN: 978-91-28-11604-6 (pdf)

Artikel nr: 11604

ISBN: 978-91-28-11608-4 (html)

Artikel nr: 11608

© **Kopieringsförbud!** Detta verk är skyddat av upphovsrättslagen!  
Kopiering, utöver lärares rätt att kopiera för undervisningsbruk enligt  
BONUS Copyright Access avtal, är förbjuden. Sådant avtal tecknas mellan  
upphovsrättsorganisationer och huvudman för utbildningsanordnare  
t.ex. kommun/universitet. För information om avtalet hänvisas till  
utbildningsanordnarens huvudman eller BONUS Copyright Access.



## INNEHÅLL

INLEDNING	5
ABAKUS	6
HISTORIK	7
LÄR KÄNNA ABAKUS	8
RÄKNA MED ABAKUS	10
FRAMGÅNGSFAKTORER MED ABAKUS	13
UPPGIFTER	14
ADDITION OCH SUBTRAKTION	19
MULTIPLIKATION	37
DIVISION	45
ÖVNINGSEXEMPEL	51
REFERENSER	54
KOPIERINGSUNDERLAG	55



# INLEDNING

**Räkna med ABAKUS** är ett läromedel som ger grundläggande kunskaper i abakusräkning med den japanska abakusen, soroban.Handledningen är framtagen för lärare som undervisar elever med svår synnedsättning eller blindhet i matematik men fungerar för alla som vill lära sig abakusräkning. Abakus är ett användbart räkneredskap som konkretiserar räkneoperationerna. Den tränar elevernas taluppfattning och förståelse för positionssystemet samtidigt som den skapar variation i undervisningen. För den som inte ser används abakusen istället för papper och penna vid matematiska beräkningar.

**HANDLEDNINGEN** ger en noggrann genomgång i räkning med abakus. Den beskriver några användbara metoder vid introduktionen av abakus och går igenom de fyra räknesätten; addition, subtraktion, multiplikation och division. Handledningen innehåller övningsexempel som kan användas både enskilt och i grupp.

**ÖVNINGSBOKEN** fördjupar kunskaperna i abakusräkning och innehåller uppgifter som fortsätter att träna de fyra räknesätten. Varje räknesätt har ett eget kapitel med flera övningar. Övningsboken innehåller både punktskrift och svartskrift vilken gör att den kan användas av alla elever, för ett inkluderande arbetssätt.

## **Räkna med ABAKUS finns i följande delar:**

- Handledning – svartskrift
- Övningsbok – punktskrift och svartskrift
- Övningsbok – svartskrift
- Abakus – räkneram

# ABAKUS

Abakus är en kulram eller räkneram som finns i ett antal olika utformningar. De mest använda idag är den kinesiska och den japanska abakusen. I Japan kallas abakusen för soroban. Den främsta skillnaden mellan de två varianterna är att den japanska har en kula ovanför bommen och fyra kulor nedanför bommen medan den kinesiska har två kulor ovanför bommen och fem kulor nedanför bommen.

För den som inte ser används abakusen istället för papper och penna vid beräkningar i matematik. Abakus är också ett användbart räkneredskap som konkretiserar räkneoperationerna för alla elever i klassen. Redan i förskolan kan abakusen presenteras och tal kan sättas upp efter hand som de lärs in. En van abakusanvändare räknar ofta snabbare än den som måste skriva ner varje steg i en uträkning och ibland även snabbare än de som räknar på en miniräknare.

## Färdigheter som tränas med abakus

**SKRIFTLIG HUVUDRÄKNING** Uträkningen delas upp i flera steg och abakusen används som stöd för minnet i de olika mellanleden.

**UPPSTÄLLNING AV TAL** Algoritmräkning på abakus innebär lån och övergångar, liknande dem som görs vid räkning med papper och penna.

**PROBLEMLÖSNING** Abakusen används som stöd för minnet, till exempel för att anteckna ett nummer eller tal.

**MENTAL ABAKUS** Eleven gör sig en mental inre bild av abakusen vid huvudräkning.

**KONKRETISERING** Verktyg för att konkretisera positionssystemet som ger eleverna ökad förståelse för talens plats och värde.

**LÄRA MED FLERA SINNEN** Ger elever möjligheter att utveckla sitt tänkande genom att både lyssna, känna och se talen.

## HISTORIK

Abakus betyder skiva eller räknebräde. Under antiken bestod en abakus av en skiva med stenar som lades i rader. Det utvecklades senare till kulramar med många olika utseenden. Under romartiden var abakusen känd som ett bräde med en rad av upprättstående stavar. Stavarna visade talens platsvärde. En stav för ental, en för tiotal, en för hundratal och så vidare. Beräkningarna utfördes med hjälp av ringar. En föregångare till den moderna abakusen var utformad i trä och hade rännen, i vilka kulorna kunde föras fram och tillbaka.

I Japan har abakusen en lång tradition. Där används den såväl av seende som av personer med synnedsättning eller blindhet. Elever i grundskolan får undervisning i räkning med abakus, men utbudet och intresset för att lära sig mera är stort. Bara i Tokyo med omnejd finns ett tusental klasser i kvällsskolor. I landet anordnas ofta tävlingar i soroban, vilka är mycket populära. Abakusen används ofta i kassor på varuhus och småbutiker i Kina, Japan och Ryssland.

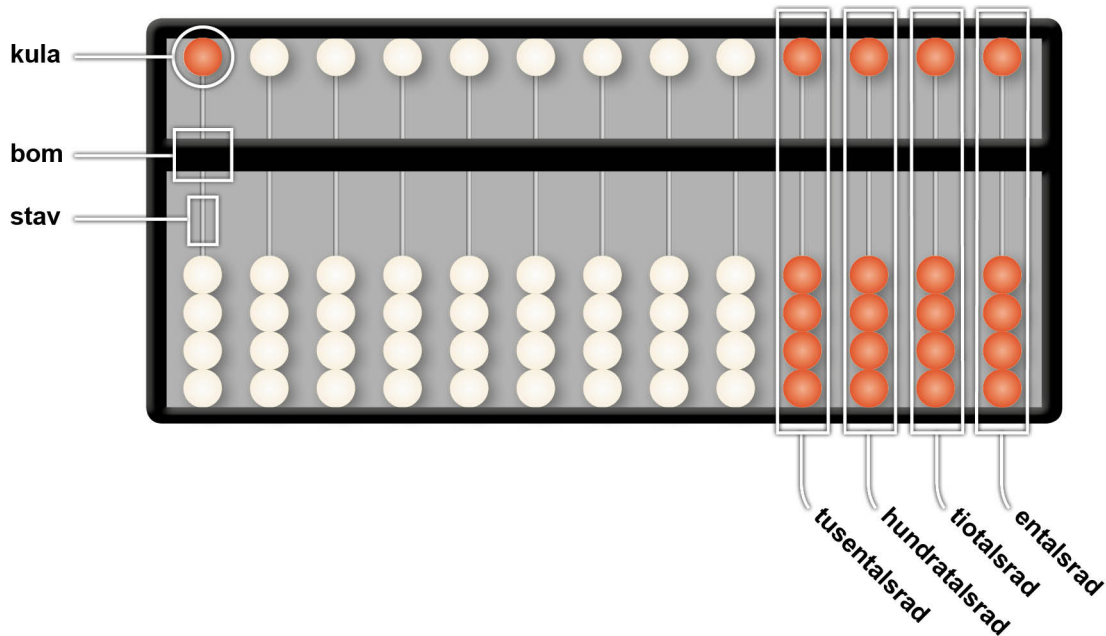
Användandet av abakusen har inte avtagit, utan snarare utvecklats i Japan (Eng, 2010). Trots att Japan är ett högteknologiskt och utvecklat land har inte räkning med abakus konkurrerats ut av teknisk utrustning. En orsak kan vara abakusens mer än 2000-åriga historia och att generationer av japaner har lärt sig att räkna med den. Idag är den helt accepterad i affärsvärlden och anses vara ett redskap som utvecklar förmågan att förstå matematik.

I Sverige har den japanska abakusen använts sedan 1950-talet, främst av elever med synnedsättning eller blindhet. Under åren fram till 2016 användes den vänd åt motsatt håll, med fyra kulor ovanför bommen och en kula nedanför. Idag används den med en kula ovanför bommen och fyra kulor nedanför bommen. Det gör att svenska användare lättare kan ta del av utbildningsmaterial från länder som har längre erfarenhet av att använda abakus.



# LÄR KÄNNA ABAKUS

## ABAKUSENS DELAR



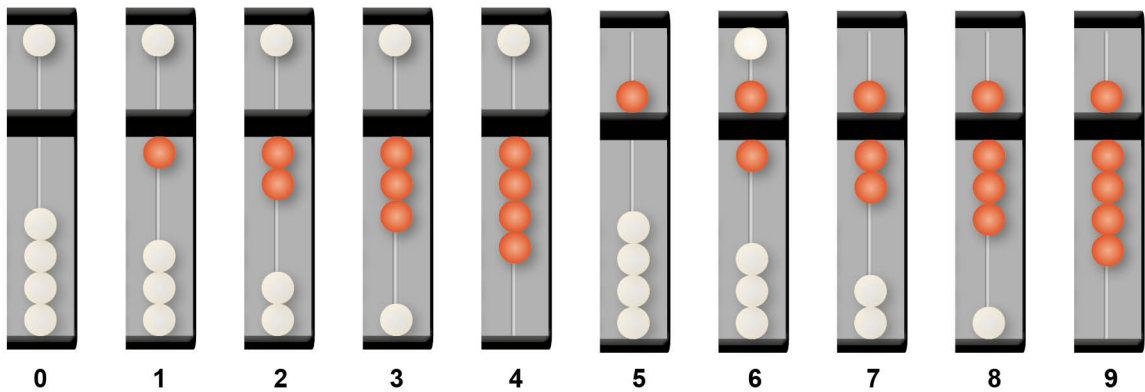
Abakusen består av en rektangulär platta med en ram. Mellan långsidorna finns ett antal lodräta stavar där kulor skjuts upp och ner. Stavarna representerar platsvärdena från höger till vänster; ental, tiotal, hundratal och så vidare. Precis som vid algoritmer med papper och penna kallas de olika stavarna entalsrad, tiotalrad, hundratalrad och så vidare. Värdena kan också förskjutas så att de står för valfritt antal decimaler. Till exempel kan första staven till höger då vara en tiondelsrad.

Tvärs över stavarna löper en vågrätt bom som delar abakusen i två delar. Vid räkning med abakusen flyttas kulorna mot bommen. När alla kulor flyttats bort från bommen visar abakusen talet 0.

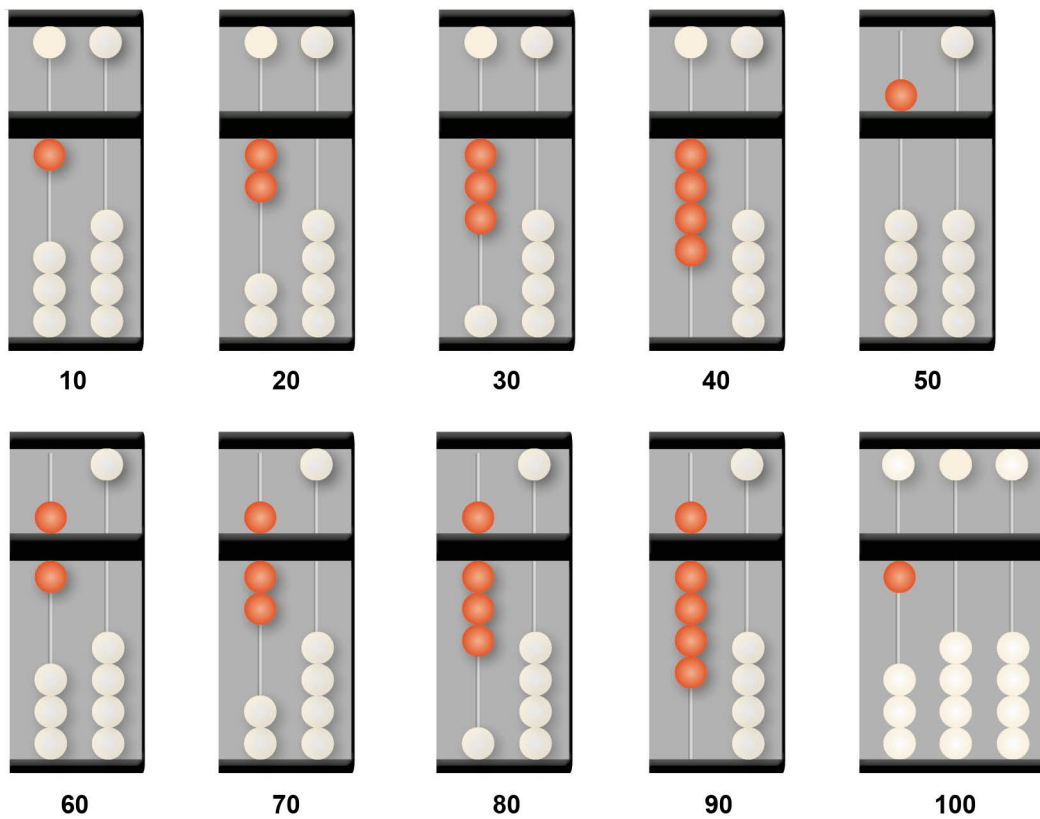
På varje lodrätt stav sitter fem flyttbara kulor, fyra nedanför bommen och en kula ovanför bommen. De undre kulorna har var och en värdet ett (1) och den övre kulan värdet fem (5). På tiotalraden blir motsvarande värde 10 respektive 50, på hundratalraden 100 respektive 500 och så vidare.

## Från 0 till 100 på abakusen

### ENTAL



### TIOTAL

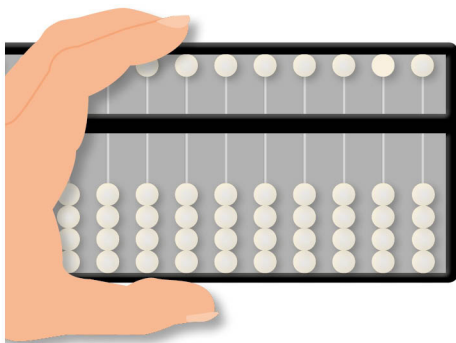


# RÄKNA MED ABAKUS

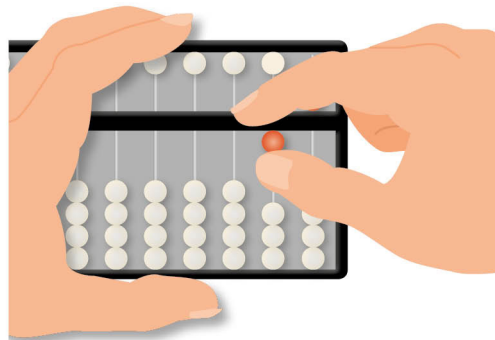
Genom att flytta kulorna enligt olika regler som beskrivs längre fram, så kan eleven hantera de fyra räknesätten addition, subtraktion, multiplikation och division. För den som vill ha fler utmaningar så finns det även möjlighet att till exempel räkna ut kvadratrötter och kubikrötter.

Det krävs en hel del träning att räkna med abakusen rent motoriskt. När eleven väl tränat upp fingrarnas rörelsemönster så går det betydligt snabbare att räkna, och eleven blir mer motiverad. Även om många uppgifter i de tidigare åldrarna går att räkna med huvudräkning är det nödvändigt att regelbundet träna på att använda abakusen, för att senare kunna lösa mer avancerade uppgifter där abakusen behövs som stöd.

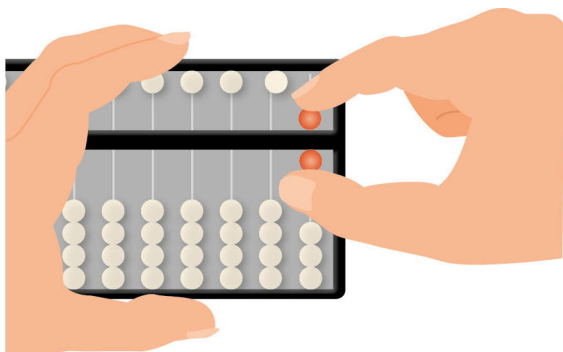
För att öka intresset hos eleven är lärarens kompetens och attityd viktig. Om läraren behärskar abakusen och ser den som en naturlig del i sin undervisning så blir eleverna mer aktiva och självständiga. Motivationen ökar också om abakusen används av alla i klassen. Delaktigheten i klassrummet blir större då eleverna i större utsträckning kan samarbeta och lösa uppgifter tillsammans vid genomgångar (Eng, 2010, Kapperman et al, 2000).



1. Håll abakusen i ett stadigt grepp.



2. Tumme och pekfinger flyttar kulorna på ramen.



3. Kulor ovanför och under bommen flyttas samtidigt med hjälp av pincettgreppet.

## Fingersättning

För att eleven ska bli skicklig och snabb på sin abakus är det viktigt att ha en bra fingersättning. En nybörjare flyttar en kula i taget men för att få upp hastigheten vid beräkningar rekommenderas att alla kulor i talet flyttas samtidigt med tummen eller med både tumme och pekfinger, det kallas för pincettgrepp.

Då kulorna ska flyttas mot bommen, flyttar höger tumme kulorna under bommen och höger pekfinger kulorna över bommen.

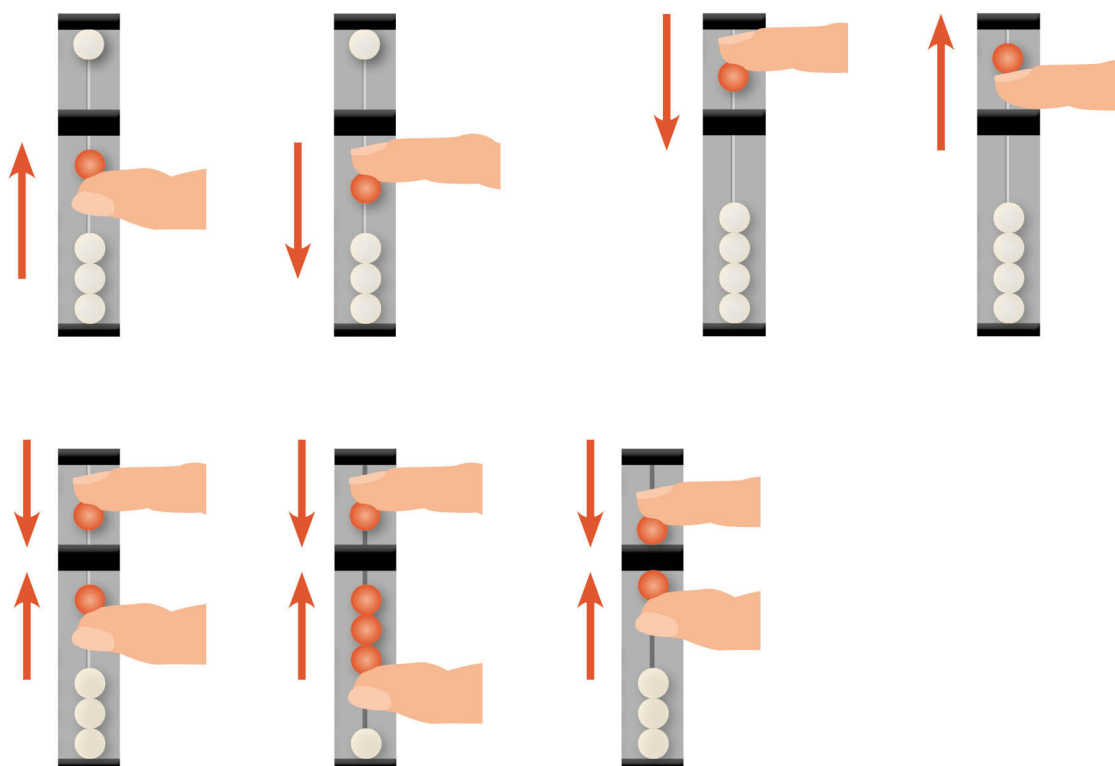
När man nollställer abakusen eller vid beräkningar flyttar höger pekfinger kulorna både ovanför och under bommen från bommen.

Vid multiplikation och division används även vänster hand för att flytta kulor. Läs mer om det under avsnitten om multiplikation och division.

Det är viktigt att lära sig de olika momenten stegvis, så att svårighetsgraden ökar successivt. Eleverna utvecklar och förfinar sedan sina egna metoder, utifrån sina förmågor och behov.

Vänster hand används till att hålla abakusen på plats mot underlaget. Det är också bra att ha ständig kontakt och kontroll på kulorna i talet genom att hålla pekfinger och tumme tätt och nära kulorna. Det är viktigt att abakusen ligger stadigt, därför är en antihalkduk bra att använda.

### TUMMEN OCH PEKFINGRETS RÖRELSER



## Att ställa upp tal

Precis som när eleven skriver ner ett tal, börjar eleven med att sätta upp den siffra som har det högsta platsvärdet på abakusen. Till exempel i talet 3758, sätter eleven upp dem i samma ordning på abakusen som när eleven skriver ner dem på ett papper, 3 7 5 8.

För att snabbt hamna på rätt rad, när eleven sätter upp ett tal, så tänker eleven efter hur många siffror talet har och räknar motsvarande antal rader, med början från höger till vänster.

## Räkna med algoritmer

Var uppmärksam på att även mycket enkla additions- och subtraktionsuppgifter kan innebära att eleven måste göra en så kallad övergång. Läs mer om övergångar i avsnittet om addition och subtraktion.

Vid algoritmräkning kan inlärningsgången behöva ändras jämfört med gången i den vanliga läroboken i matematik. I *Räkna med abakus – övningsboken* kommer uppgifterna i en sådan ordning att arbetet och inläringen underlättas.

## Skriftlig huvudräkning med stöd av abakus

Många föredrar skriftlig huvudräkning som metod eftersom antalet övergångar minskar, då huvudräkning används för flera av stegen. Vid till exempel algoritmräkning av  $68 + 70$  blir det en komplicerad övergång. Vid skriftlig huvudräkning sätts följande tal upp på abakusen  $130 + 8$ , vilket inte kräver någon övergång alls. Se fler exempel under avsnittet addition och subtraktion.

Det har också visat sig att eleverna släpper bundenheten till algoritmernas regler och räkningen blir mer intressant och spännande vid skriftlig huvudräkning. På ett naturligt sätt utvecklas deras taluppfattning, förståelse för positionssystemet och sambanden mellan räknesätten (Rockström, 2000).



## FRAMGÅNGSFAKTORER MED ABAKUS

Abakusen kan med fördel användas av alla elever i en klass, bland annat för att det är ett användbart räkneredskap som konkretiserar räkneoperationerna. Undersökningar visar att elevernas taluppfattning och förståelsen för positionssystemet ökar (Foong, 1998, Hatano, 1997).

Subitisering är förmågan att uppfatta små antal utan att räkna. Brister i subitiseringsförmågan kan vara en möjlig orsak till matematiksvårigheter. Forskning visar att elever med matematiksvårigheter presterar signifikant sämre vad gäller subitisering än matematiskt normalpresterande elever. En av många fördelar med abakusräkning är just att subitiseringsförmågan övas. Detta sker framför allt vid moment där man snabbt avläser talbilder. Subitiseringsförmågan tränas också vid vanliga beräkningar med abakus när man sätter upp talen med ett handgrepp (pincettgrepp) istället för att flytta en kula i taget (Butterworth, 2004, Fischer, 2008).

I Singapore genomfördes i slutet av 1990-talet en pilotstudie på 1000 skolelever. Syftet var att undersöka om abakusträning påverkade elevernas huvudräkningsförmåga och förståelse för positionssystemet. De ville också undersöka om räkning med abakus ökade elevernas intresse, självförtroende och säkerhet i matematik. Tester före och efter försöket visade att de elever som fått träning i att räkna med abakus fick ett väsentligt bättre resultat än kontrollgruppen. Även intervjuer före och efter visade att elevernas inställning, intresse och självförtroende i matematik förändrades i positiv riktning (Foong, 1998).

Resultaten av pilotstudien stöddes av en annan studie gjord i Japan. Det visade sig att eleverna i abakusgruppen räknade betydligt snabbare vid grundläggande beräkningar än kontrollgruppen som inte använt abakus. De var även bättre på att hitta tiokamrater, att lösa så kallade "öppna problem" och att skriva ner uttryck vid problemlösning (Hatano, 1997). De här positiva försöksresultaten har legat till grund för att abakusträning blev ett obligatoriskt moment i skolorna i Singapore.

Många skolor i Sverige arbetar idag med olika matematiksatsningar för att förbättra svenska elevers kunskaper i matematik. Då det har visat sig att länder där elever använder abakus som en naturlig del i sin matematikundervisning har lyckats bra, så har även svenska lärare börjat använda abakusen mer regelbundet i sin undervisning (Hemberg, 2012, Lindblå, 2016).

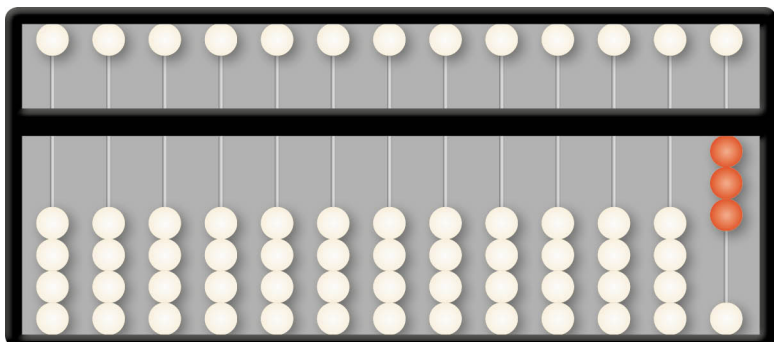
## UPPGIFTER

Det är bra att börja med några enkla övningar för att lära känna abakusen och för att eleverna ska veta hur den används. Det kan göras i grupp eller enskilt men som tidigare har nämnts så ökar motivationen och delaktigheten i klassrummet om eleverna kan lösa uppgifterna tillsammans (Eng, 2010). Eleverna behöver inte tänka på fingersättningen i dessa övningar, utan det kan komma senare.

- Gör olika mönster på abakusen, som till exempel att flytta alla kulorna ovanför bommen mot bommen, börja från höger. Flytta alla kulor på första raden under bommen mot bommen, med början från vänster. Flytta alla kulorna närmast ramen mot bommen.
- Träna på fem- och tiokamraterna:  $2 + 3$ ,  $1 + 4$ ,  $6 + 4$ ,  $3 + 7$  och så vidare.
- Ge varandra olika tal som ska sättas upp på abakusen och läsas av.
- Tävla om vem som räknar längst på en minut genom att flytta en kula i taget.
- Räkna en uppgift med stöd av huvudräkning. Anteckna svaret och kontrollräkna med abakusen.
- Låt eleverna hitta på egna övningar.

## Exempel på tal uppställda på abakusen

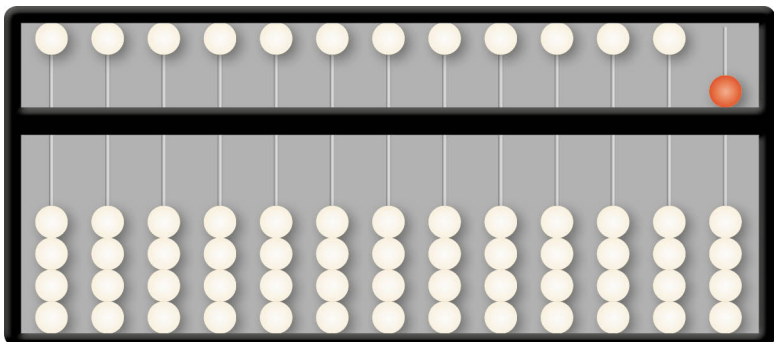
EXEMPEL 1



3

Flytta med höger tumme upp tre kulor på entalsraden.

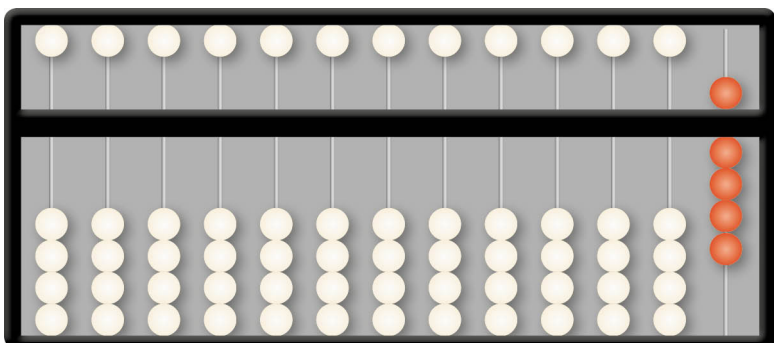
EXEMPEL 2



5

Flytta med höger pekfinger ner femkulan på entalsraden.

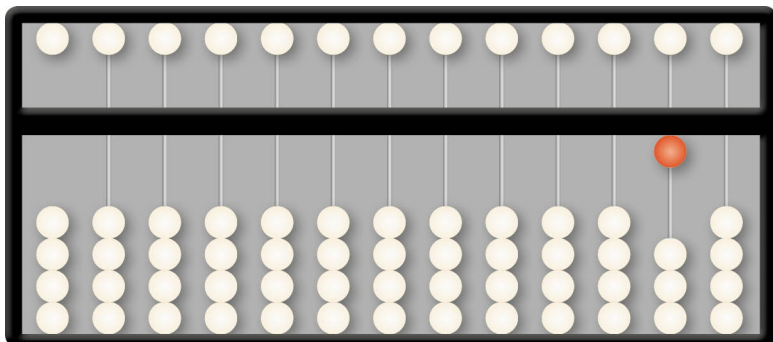
EXEMPEL 3



9

Flytta samtidigt med höger tumme upp fyra kulor på entalsraden och med höger pekfinger ner femkulan på entalsraden.

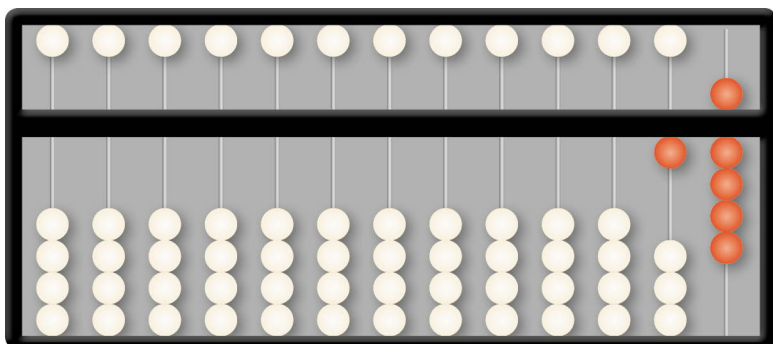
EXEMPEL 4



10

Flytta med höger tumme upp en kula på tiotalsraden.

EXEMPEL 5

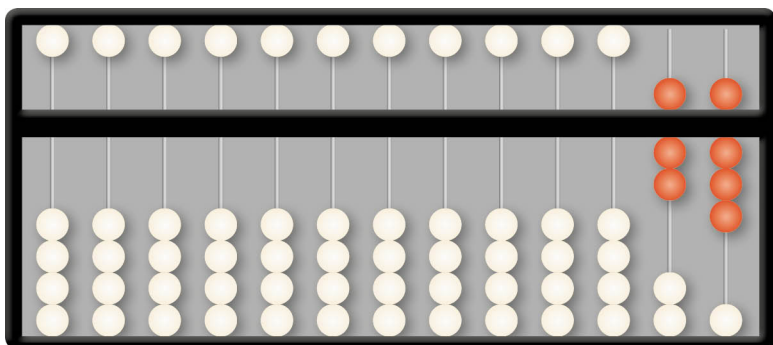


1 9

Flytta med höger tumme upp en kula på tiotalsraden.

Flytta samtidigt med höger tumme upp fyra kulor på entalsraden och med höger pekfinger ner femkulan på entalsraden.

EXEMPEL 6

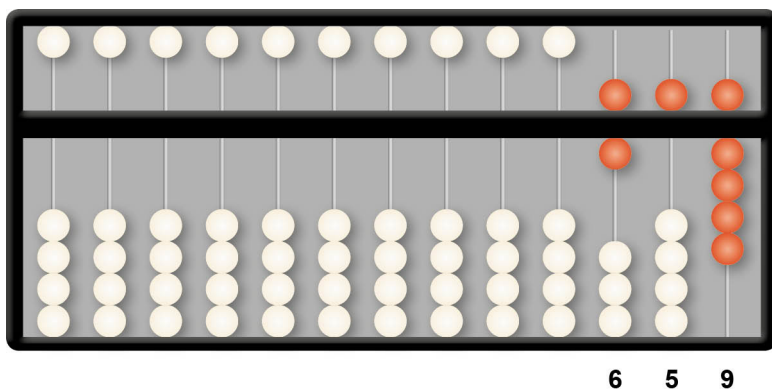


7 8

Flytta med höger tumme upp två kulor på tiotalsraden samtidigt som höger pekfinger flyttar ner femkulan på tiotalsraden.

Flytta med höger tumme upp tre kulor på entalsraden samtidigt som höger pekfinger flyttar ner femkulan på entalsraden.

EXEMPEL 7

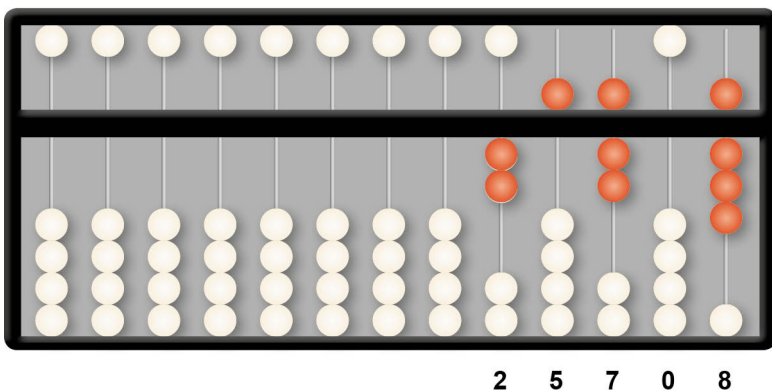


Flytta med höger tumme upp en kula på hundratalraden samtidigt som höger pekfinger flyttar ner femkulan på hundratalraden.

Höger pekfinger flyttar ner femkulan på tiotalraden.

Flytta med höger tumme upp fyra kulor på entalsraden samtidigt som höger pekfinger flyttar ner femkulan på entalsraden.

EXEMPEL 8



Höger tumme flyttar upp två kulor på tiotusentalraden.

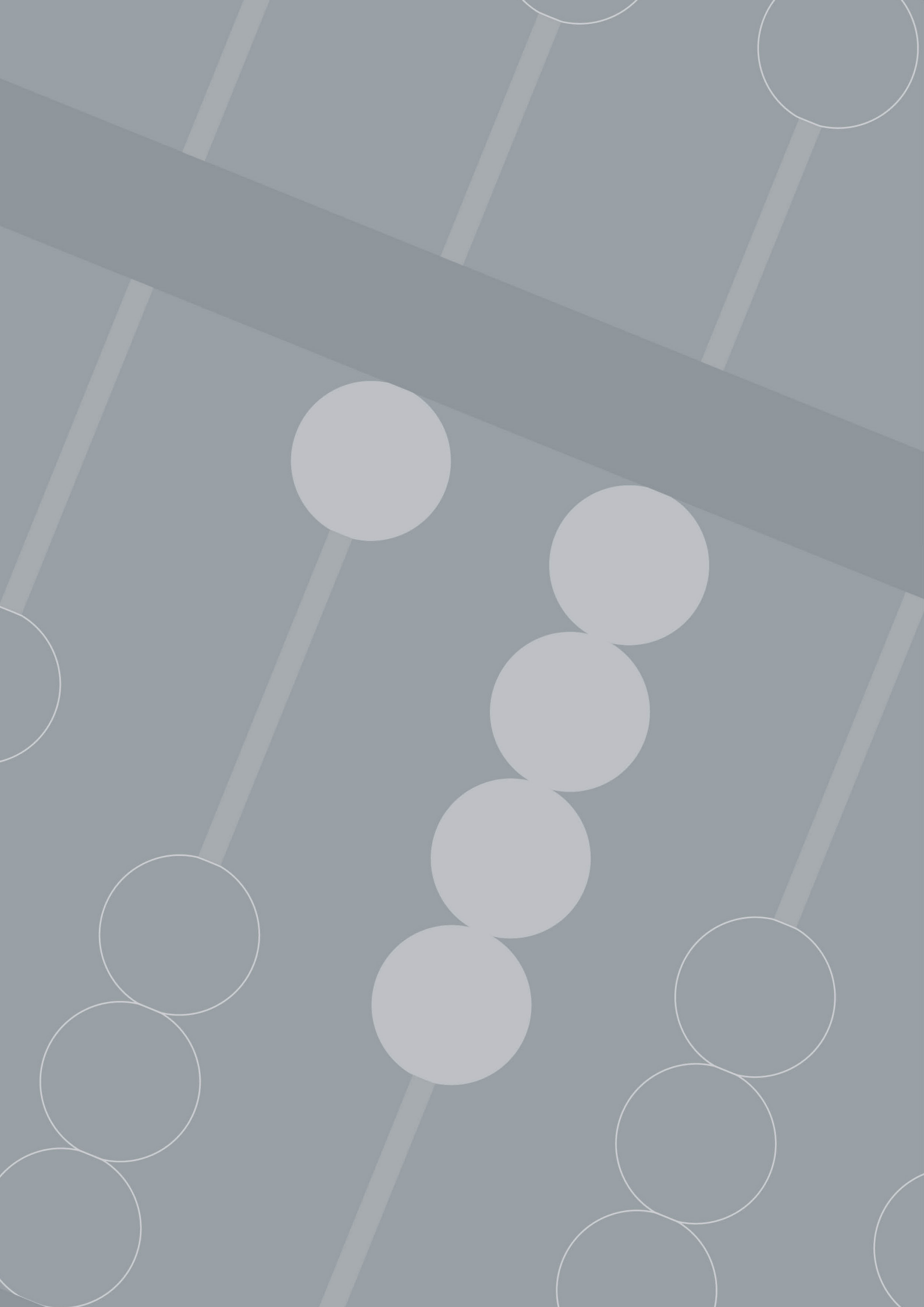
Höger pekfinger flyttar ner femkulan på tusentalraden.

Flytta med höger tumme upp två kulor på hundratalraden samtidigt som höger pekfinger flyttar ner femkulan på hundratalraden.

Flytta ingen kula på tiotalraden.

Flytta med höger tumme upp tre kulor på entalsraden samtidigt som höger pekfinger flyttar ner femkulan på entalsraden.





# ADDITION OCH SUBTRAKTION

Vid addition och subtraktion är det viktigt att eleven först räknar alla kulor som ska flyttas på raden, innan eleven rör dem ur sitt läge. Därefter flyttas alla kulorna på en gång med tummen och eventuellt pekfingeret.

Var noga med fingersättningen från början. Höger tumme flyttar kulorna nedanför bommen. Höger pekfinger flyttar kulan ovanför bommen. Vänster hand håller fast abakusen och flyttar inga kulor.

## Övergångar

I addition och subtraktion förekommer ett antal växlingar, så kallade övergångar, som eleven måste lära sig efter hand. De övergångarna är femövergång, tioövergång, komplicerad övergång och övergång över flera rader:

**FEMÖVERGÅNG** innebär att eleven inte kan addera eller subtrahera talen 1, 2, 3 eller 4 direkt. Det beror på att entalsraden innehåller en 5-kula. Om eleven till exempel ska addera talet 4 måste eleven i vissa uppgifter lägga till 5 och tag bort 1. För att kunna utföra en addition eller subtraktion med femövergång måste eleven vara helt säker på uppdelningen av talet 5.

Som nybörjare kan eleven direkt addera en kula i taget istället för att lägga till fem och ta bort antalet kulor. I exemplet  $2 + 4$  lägger eleven först till två kulor på entalsraden. Därefter lägger eleven till kulan som är värd fem och tar bort fyra. Då är tre kulor tillagda. Därefter läggs ytterligare en kula till på entalsraden. Svaret blir då 6.

**TIOÖVERGÅNG** innebär att eleven inte direkt kan addera eller subtrahera talen 1–9. Om eleven till exempel ska subtrahera talet 7 måste eleven i vissa uppgifter ta bort 10 och lägga till 3. För att kunna utföra addition och subtraktion med tioövergång måste eleven vara helt säker på uppdelningen av talet 10.

Här kan eleven också välja att subtrahera en kula i taget. I exemplet  $24 - 7$  tar eleven först bort kulorna en och en, så att fyra kulor på entalsraden blir borttagna. Därefter tar eleven bort en kula på tiotalraden och lägger till nio på entalsraden. Totalt är fem kulor då borttagna. Därefter tar eleven bort ytterligare två kulor från entalsraden. Svaret blir då 17.

**KOMPLICERAD ÖVERGÅNG** innebär att eleven måste utföra både en tioövergång och en femövergång i samma räkneoperation.

**ÖVERGÅNG ÖVER FLERA RADER** innebär att eleven inte direkt kan utföra en tioövergång på närmaste raden till vänster, utan måste gå till nästföljande rad för att växla.

De olika övergångarna kan förekomma på abakusens alla rader.

När eleven räknar med decimaltal måste eleven hålla reda på i vilken position som decimaltecknet står. På abakusen finns markeringar som kan användas vid addition och subtraktion men de kan ytterligare förtydligas med en bit häftmassa på bommen eller med en gummisnodd över ramen.

## Skriftlig huvudräkning

För att lösa en additions- eller subtraktionsuppgift blir tillvägagångssättet på abakus oftast enkelt när man använder sig av skriftlig huvudräkning. Varje mellanled sätts upp på abakusen och svaret kan avläsas direkt. Om uppgifter kräver att man ska visa hur man kommit fram till sitt svar är det viktigt att redovisa mellanleden, se exempel. Övergångar kan förekomma men är oftast enkla att utföra. Se exempel på sidorna 24–25.

### EXEMPEL – ADDITION

*Förklaringar inom parantes visar på hur man kan tänka.*

$$468 + 351$$

Lös uppgiften genom att räkna hundratalen för sig, tiotalen för sig och entalen för sig.

De mellanled som antecknas på abakusen blir:

$$700 (400 + 300) + 110 (60 + 50) + 9 (8+1)$$

Svaret 819 kan då direkt avläsas på abakusen.

Exempel på den skriftliga redovisningen:  $700 + 110 + 9 = 819$ .

### EXEMPEL – SUBTRAKTION

$$72 - 56$$

En metod är:

$$70 - 50 = 20 \quad \text{Sätt upp 20 direkt på abakusen,}$$

$$2 - 6 = -4 \quad \text{tag bort 4 från 20 på abakusen.}$$

$$20 - 4 = 16 \quad \text{Svaret avläses på abakusen.}$$

Exempel på den skriftliga redovisningen:  $70 - 50 = 20$ ,  $20 - 4 = 16$

En annan metod är att addera från det minsta talet. Räkna från 56 upp till 72.

$$56 + 4 = 60 \quad \text{Addera för att komma upp till närmsta tiotal, som blir 60.}$$

$$60 + 12 = 72 \quad \text{Addera sedan upp till talet 72, vilket blir 12.}$$

De mellanled som antecknas på abakusen blir  $4 + 12 = 16$ .

Exempel på den skriftliga redovisningen:  $4 + 12 = 16$ .

## Algoritmer med addition och subtraktion

Uppgifter med beräkningar med olika övergångar finns på sidorna 23–33.

Vid räkning med algoritmer är det viktigt att talen sätts upp på abakusramen i den ordning de står i uppgiften. Det blir inte alltid samma övergångar om man låter talen byta plats.

Ex:  $54 + 75$  innehåller en komplicerad tioövergång.  $75 + 54$  innehåller en enkel tioövergång. Det visas tydligt på sidorna 25–26.

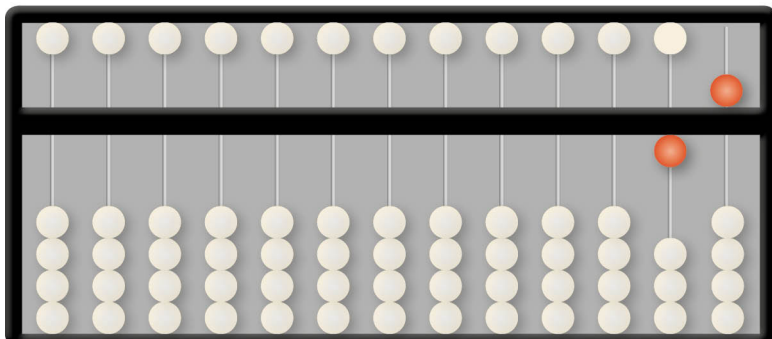
## Träna med Mattekort

Eleverna kan öva på uppgifter med addition och subtraktion genom att jobba två och två med de mattekort som finns som kopieringsunderlag på sidorna 54–55 .

- Talen läses och adderas eller subtraheras. Välj skriftlig huvudräkning eller räkning med algoritmer.
- Eleverna får var sitt kort med olika värden i kolumnerna.
- En elev läser talen i en kolumn och den andra eleven adderar eller subtraherar motsvarande tal på abakusen uppifrån och ned.
- Jämför svaret på abakusen med svaret längst ner i kolumnen.
- Växla roller, så att den som läste talen nu får räkna.

## Addition utan övergång

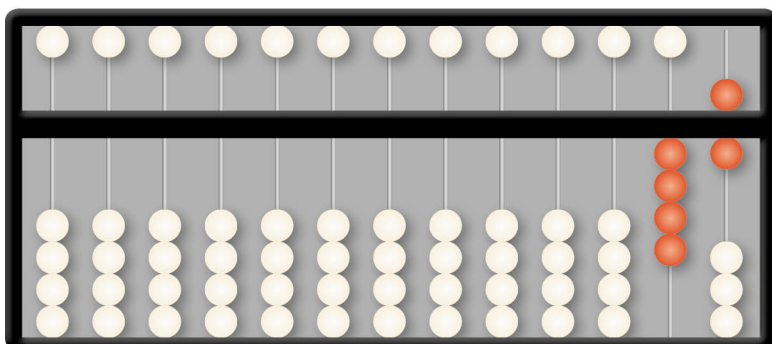
### EXEMPEL 1



$$15 + 31$$

Flytta med tummen upp  
1 kula på tialtsraden  
och med pekfingeret  
ner 1 kula (femkulan)  
på entalsraden.  
Det står nu 15.

**15**



Lägg till 3 kulor på  
tialtsraden  
och 1 kula på  
entalsraden.

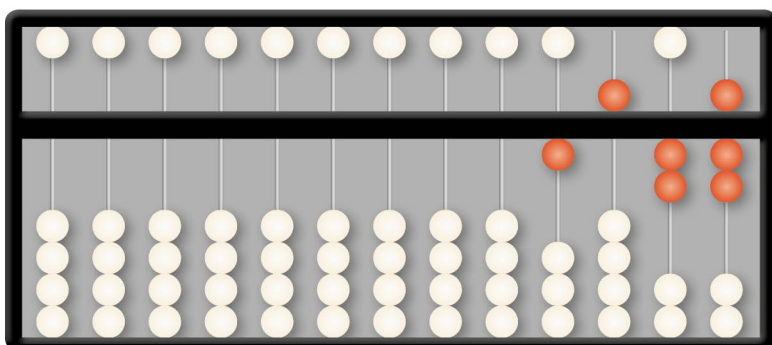
**+ 30**

**+ 1**

**Svar: 46**

**46**

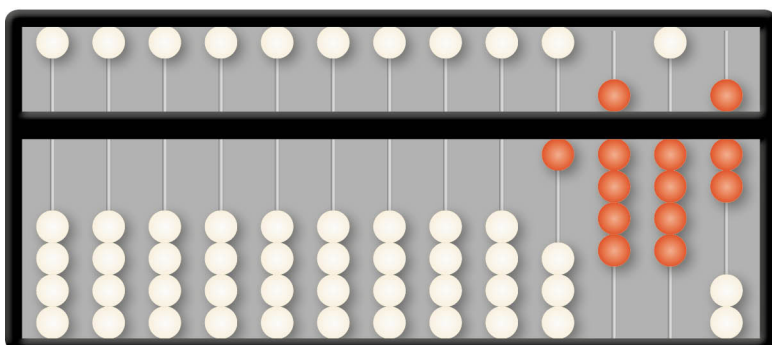
### EXEMPEL 2



$$1527 + 420$$

Sätt upp talet 1527  
med rätt fingrar.  
Börja med  
tusentalsraden.

**1527**



Lägg till 4 hundratal,  
2 tialtal och 0 ental.  
Börja med  
hundratalssraden.

**+ 400**

**+ 20**

**+ 0**

**Svar: 1947**

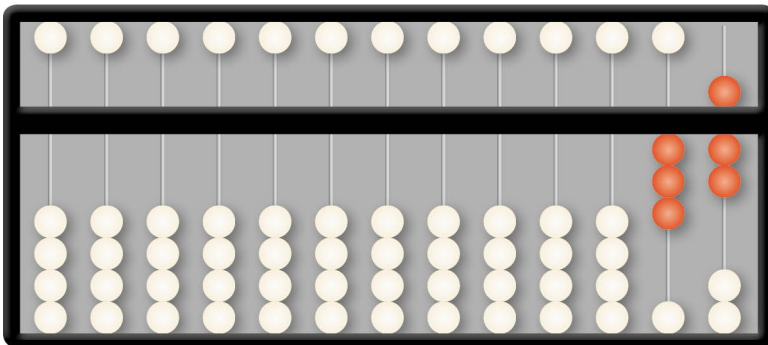
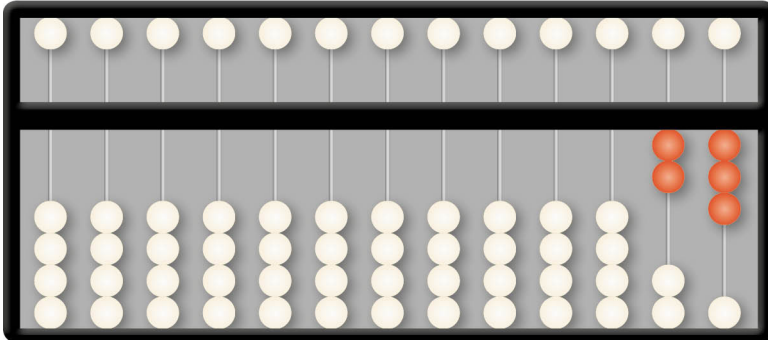
**1947**



## Addition med femövergång



### EXEMPEL 1



$$23 + 14$$

Sätt upp talet 23.

**23**

Lägg till 1 tiotal.  
Det går inte att lägga  
till 4 ental. Lägg  
istället till 5 ental  
(femkulan)  
och ta bort 1 ental.

**+ 10**

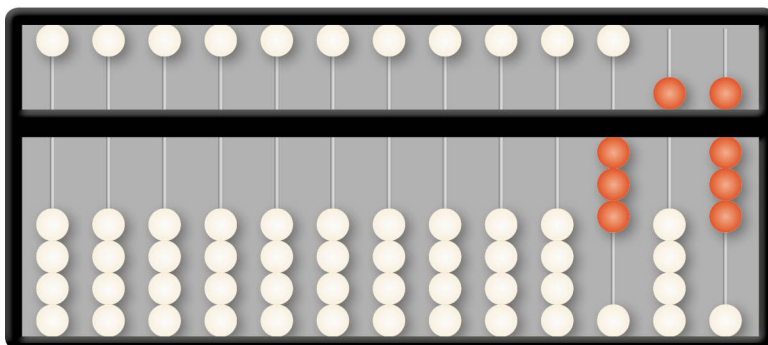
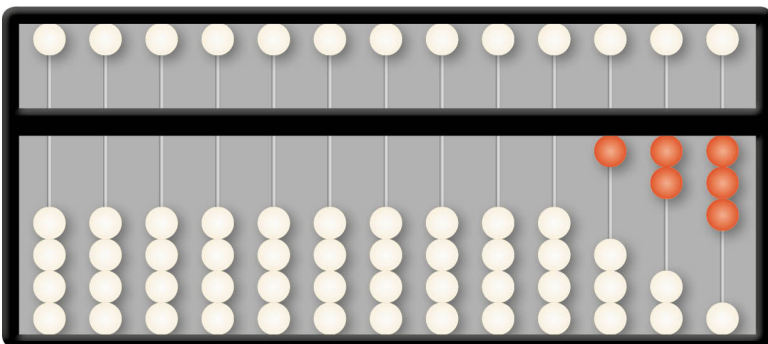
**+ 5**

**- 1**

**Svar: 37**

**37**

### EXEMPEL 2



$$123 + 235$$

Sätt upp talet 123.

**123**

Lägg till 2 hundratal.  
Det går inte att lägga  
till 3 tiotal. Lägg istället  
till 5 tiotal  
och tag bort 2 tiotal.  
Lägg till 5 ental.

**+ 200**

**+ 50**

**- 20**

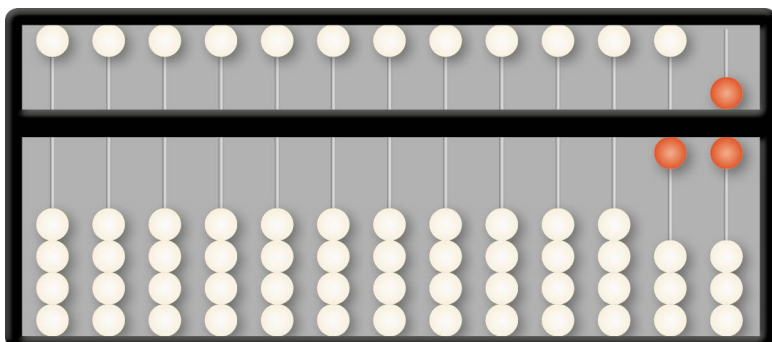
**+ 5**

**Svar: 358**

**358**

## Addition med tioövergång

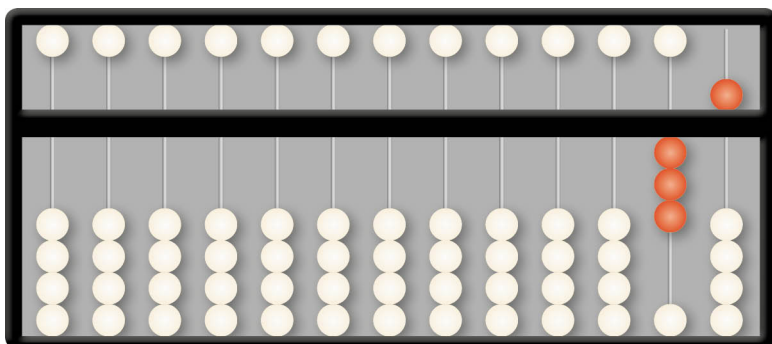
### EXEMPEL 1



$$16 + 19$$

Sätt upp talet 16.

16



Lägg till 1 tiotal.

+ 10

Det går inte att lägga till 9 ental.

Lägg istället till 1 tiotal och tag bort 1 ental.

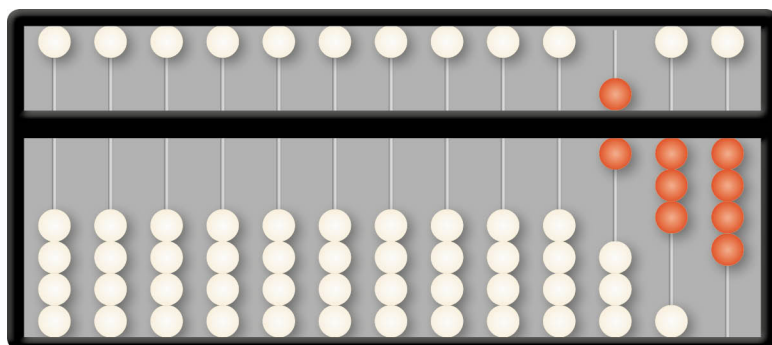
+ 10

- 1

**Svar: 35**

**35**

### EXEMPEL 2



$$634 + 176$$

Sätt upp talet 634.

634

Lägg till 1 hundratal.

+ 100

Det går inte att lägga till 7 tiotal. Lägg

istället till 1 hundratal och tag bort 3 tiotal.

+ 100

- 30

Det går inte att lägga till 6 ental.

Lägg istället till 1 tiotal och tag bort 4 ental.

+ 10

- 4

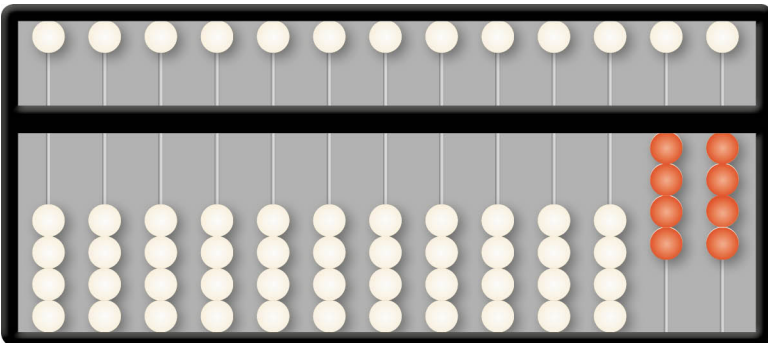
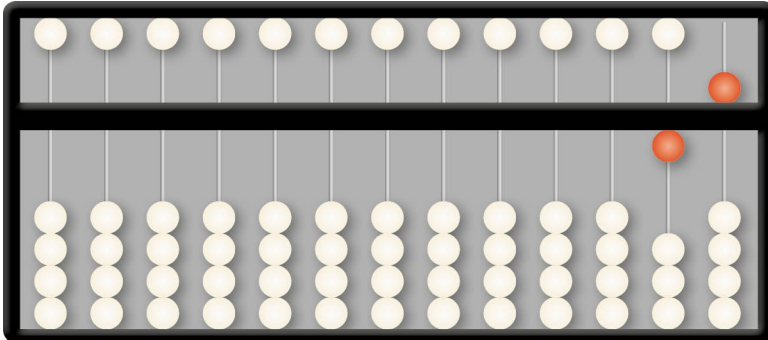
**Svar: 810**

**810**

## Addition med komplicerad övergång



EXEMPEL



$15 + 29$

Sätt upp talet 15.

15

Lägg till 2 tiotal.  
Det går inte att lägga  
till 9 ental.

+ 20

Lägg till 1 tiotal  
och tag bort 1 ental  
genom att göra en  
femövergång.

+ 10

- 5

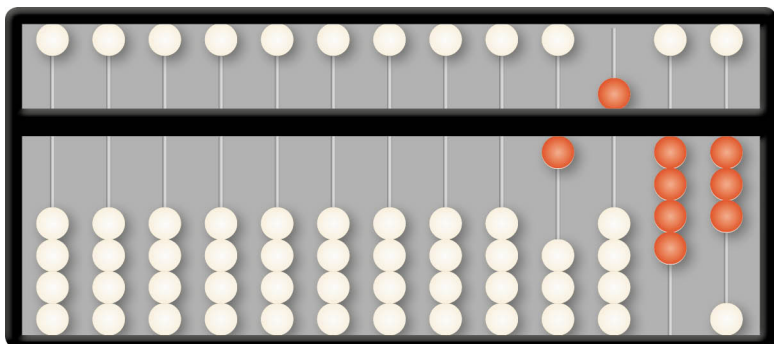
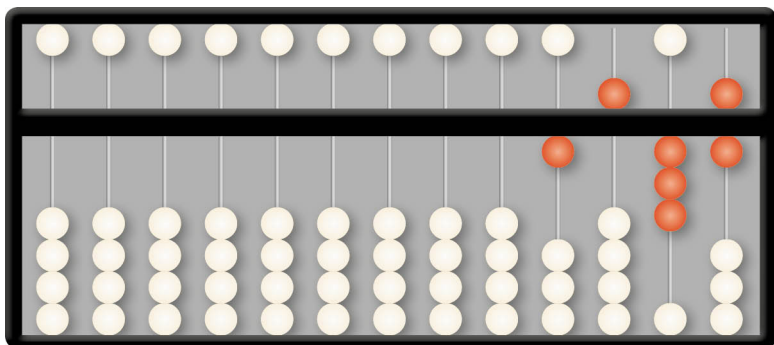
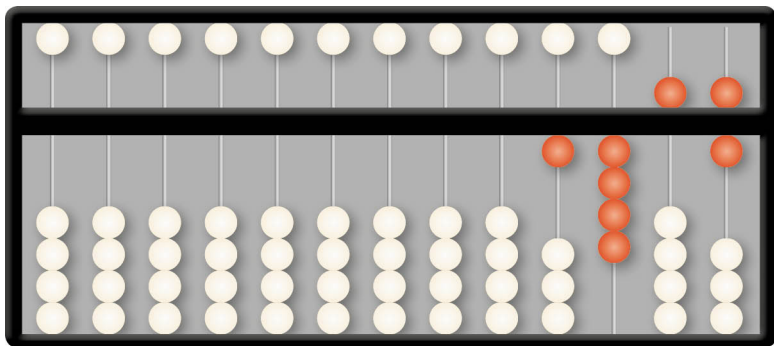
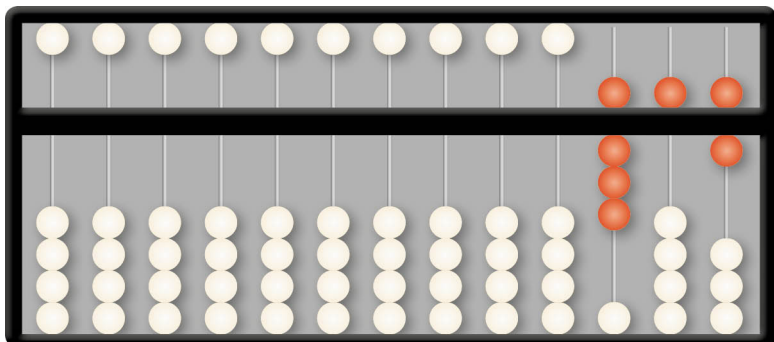
+ 4

**Svar: 44**

**44**

## Addition med komplicerad övergång

EXEMPEL



$$856 + 687$$

Sätt upp talet 856.

**856**

Det går inte att lägga till 6 hundratal.

Lägg till 1 tusental.

**+ 1000**

Tag bort 4 hundratal

**- 500**

genom att göra en femövergång.

**+ 100**

Du har nu adderat 600.

Det går inte att lägga till 8 tiotal. Lägg till 1

hundratal genom att

**+ 500**

göra en femövergång.

**- 400**

Tag bort 2 tiotal

genom att göra ännu

**- 50**

en femövergång.

**+ 30**

Du har nu adderat 80.

Det går inte att lägga till 7 ental.

Lägg till 1 tiotal.

**+ 10**

Tag bort 3 ental

genom att göra en

**+ 2**

femövergång.

Du har nu adderat 7.

**- 5**

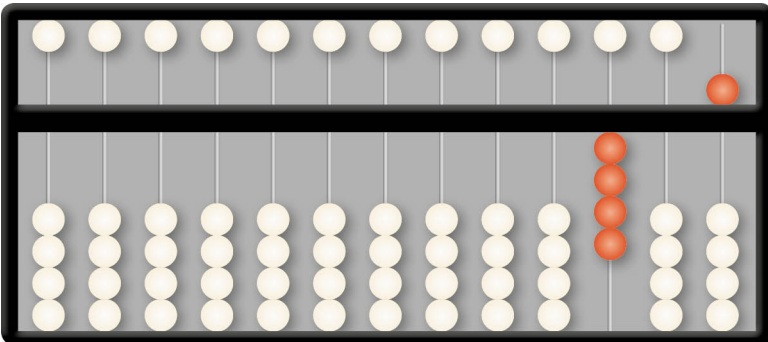
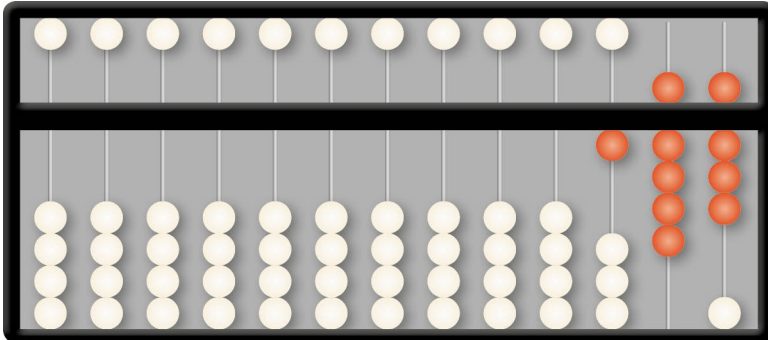
**Svar: 1543**

**1543**

## Addition med övergång över flera rader



### EXEMPEL 1



$$198 + 207$$

Sätt upp talet 198.

**198**

Lägg till 2 hundratal.  
Det går inte att lägga  
till 7 ental. Det går inte  
heller att lägga till  
1 tiotal. Lägg istället  
till 1 hundratal.

**+ 200**

Tag bort 9 tiotal. Nu  
har du lagt till 1 tiotal.  
Tag bort 3 ental.

**+ 100**

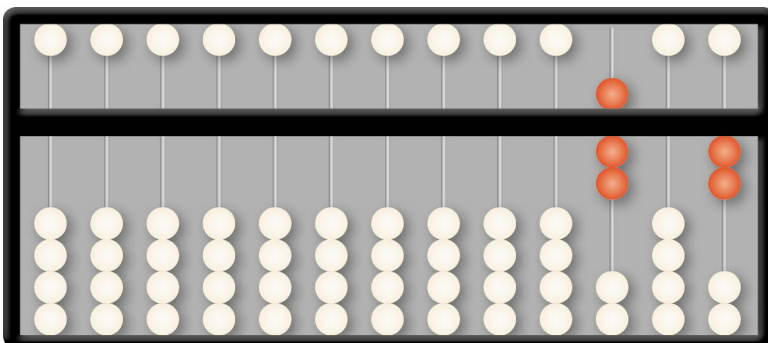
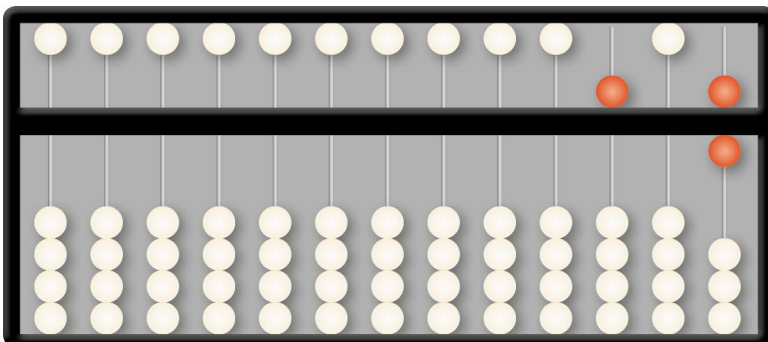
**- 90**

**- 3**

**Svar: 405**

**405**

### EXEMPEL 2



$$506 + 196$$

Sätt upp talet 506.

**506**

Lägg till 1 hundratal.  
Lägg till 9 tiotal.  
Det går inte att lägga  
till 6 ental. Det går inte  
heller att lägga till  
1 tiotal. Lägg istället  
till 1 hundratal

**+ 100**

**+ 90**

och tag bort 9 tiotal.  
Nu har du lagt till  
1 tiotal. Tag bort 4  
ental genom att göra  
en femövergång.

**+ 100**

**- 90**

**- 5**

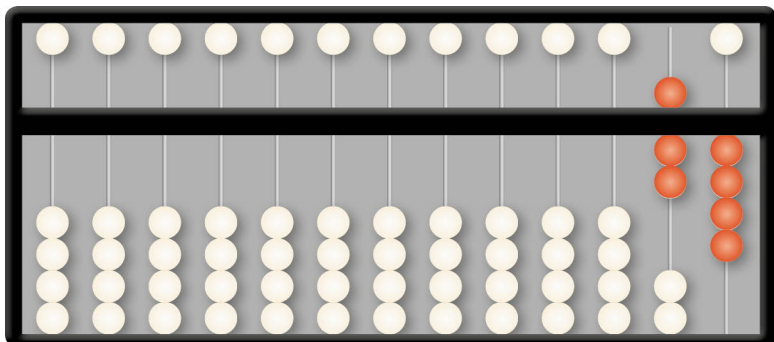
**+ 1**

**Svar: 702**

**702**

## Subtraktion utan övergång

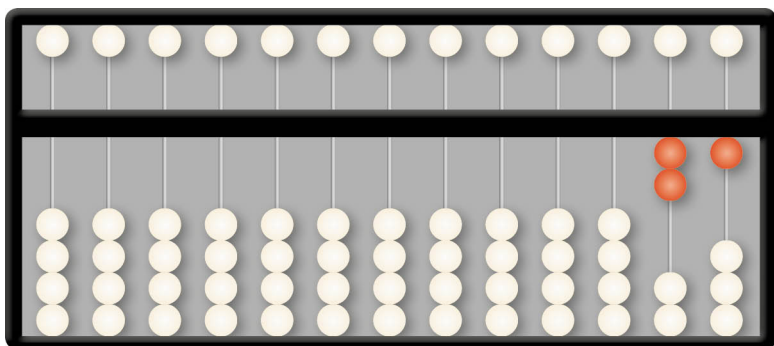
### EXEMPEL 1



$$74 - 53$$

Sätt upp 7 tiotal och  
4 ental med rätt fingrar.

**74**



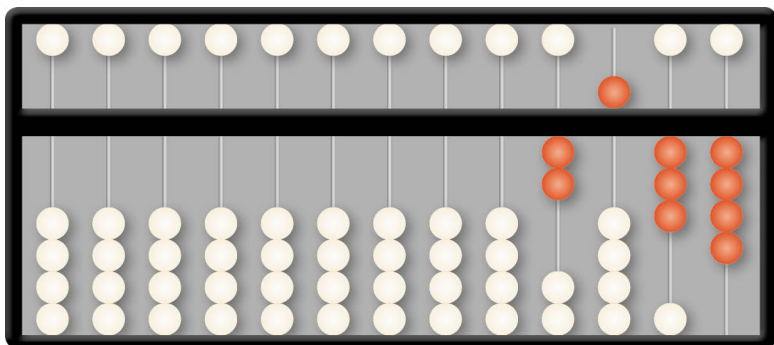
Tag bort 5 tiotal  
(femtiokulan)  
och 3 ental.

**- 50  
- 3**

**Svar: 21**

**21**

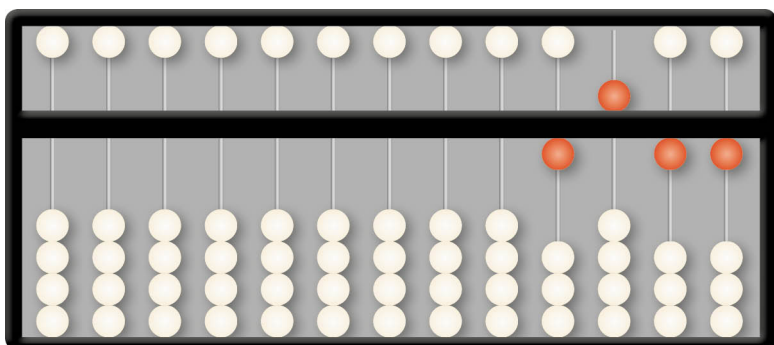
### EXEMPEL 2



$$2534 - 1023$$

Sätt upp talet 2534.

**2534**



Tag bort 1 tusental,  
2 tiotal  
och 3 ental.  
Börja med tusentalet.

**- 1000  
- 20  
- 3**

**Svar: 1511**

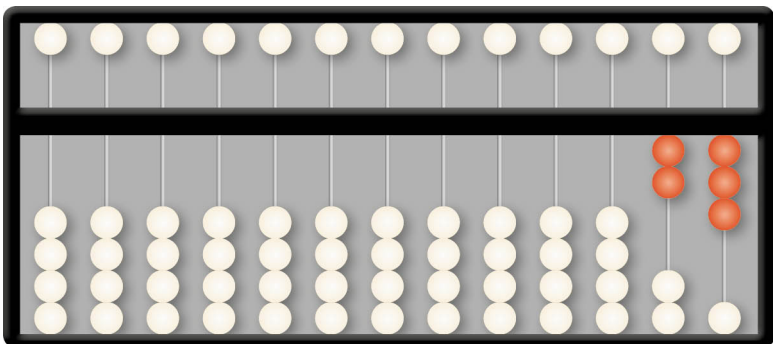
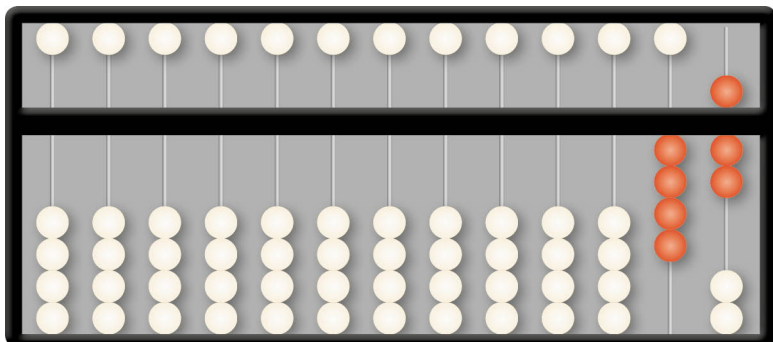
**1511**



## Subtraktion med femövergång



### EXEMPEL 1



$47 - 24$

Sätt upp talet 47.

47

Tag bort 2 tital.  
Det går inte att ta bort  
4 ental. Tag istället  
bort 5 ental (femkulan)  
och lägg till 1 ental.

- 20

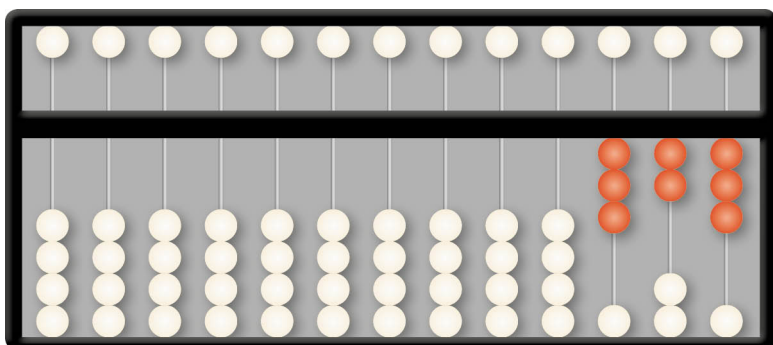
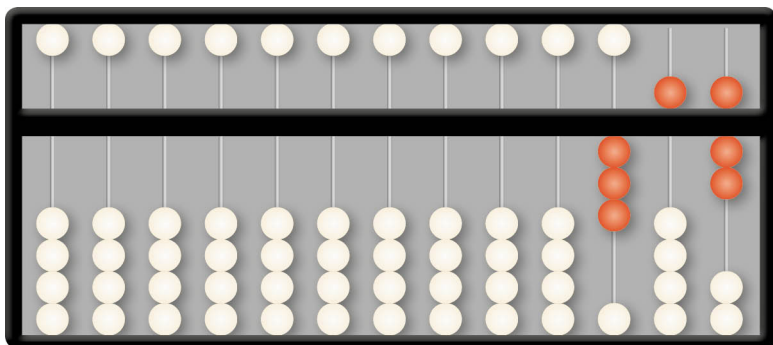
- 5

+ 1

**Svar: 23**

**23**

### EXEMPEL 2



$357 - 34$

Sätt upp talet 357.

357

Det går inte att ta bort  
3 tital.  
Tag istället bort 5 tital  
och lägg till 2 tital.  
Det går inte heller att  
ta bort 4 ental.  
Tag bort 5 ental och  
lägg till 1 ental.

- 50

+ 20

- 5

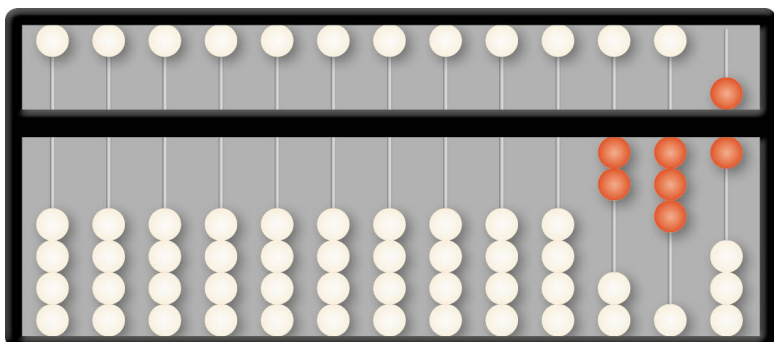
+ 1

**Svar: 323**

**323**

## Subtraktion med tioövergång

### EXEMPEL 1



$$236 - 117$$

Sätt upp talet 236.

**236**

Tag bort 1 hundratal.  
Tag bort 1 tiotal.  
Det går inte att ta bort  
7 ental. Tag istället  
bort 1 tiotal och lägg  
till 3 ental.

**- 100**

**- 10**

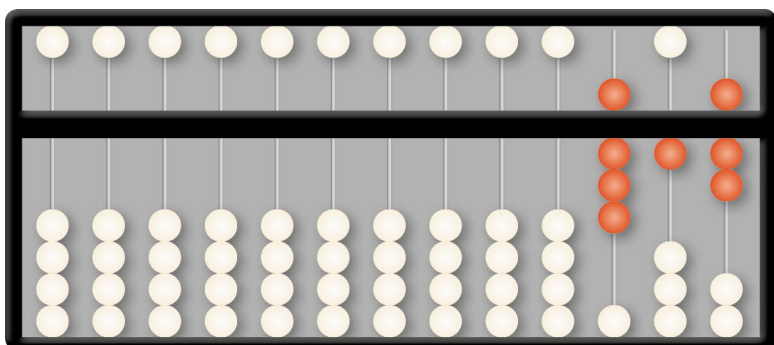
**- 10**

**+ 3**

**Svar: 119**

**119**

### EXEMPEL 2



$$817 - 136$$

Sätt upp talet 817.

**817**

Tag bort 1 hundratal.  
Det går inte att ta bort  
3 tiotal. Tag istället bort  
1 hundratal och lägg till  
7 tiotal.  
Tag bort 6 ental.

**- 100**

**- 100**

**+ 70**

**- 6**

**Svar: 681**

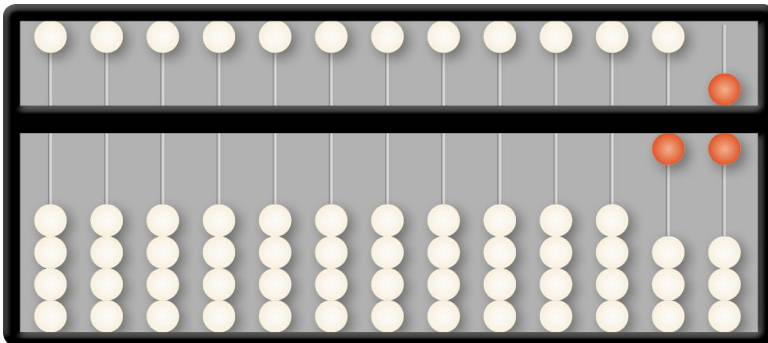
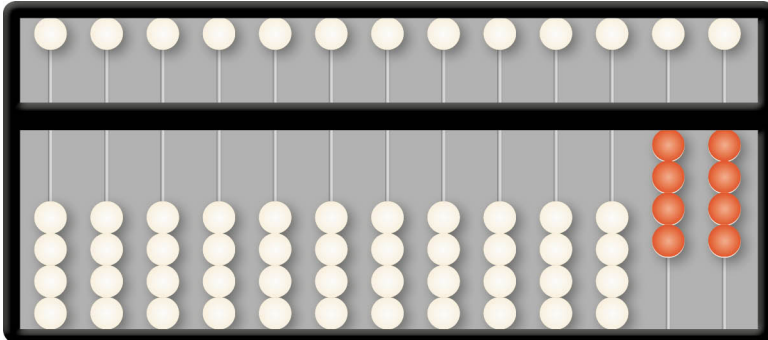
**681**



## Subtraktion med komplicerad övergång



EXEMPEL



**44 - 28**

Sätt upp talet 44.

**44**

Tag bort 2 tiotal.  
Det går inte att ta bort  
8 ental. Tag istället  
bort 1 tiotal  
och lägg till 2 ental  
genom att göra en  
femövergång.

**- 20**

**- 10**

**+ 5**

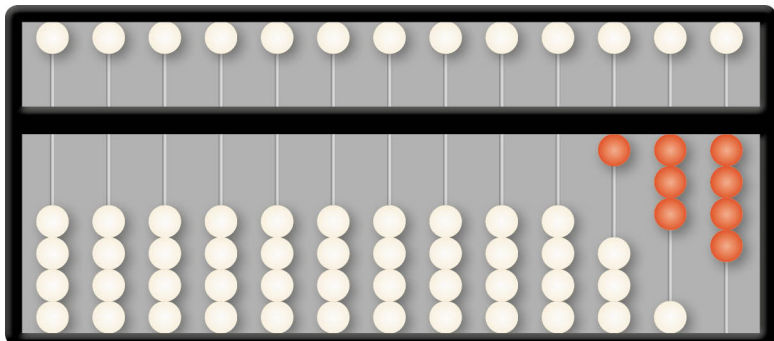
**- 3**

**Svar: 16**

**16**

## Subtraktion med komplicerad övergång

EXEMPEL



$$134 - 68$$

Sätt upp talet 134.

**134**

Det går inte att ta bort 6 tiotal. Tag istället bort 1 hundratal och lägg till 4 tiotal genom att göra en femövergång.

**-100**

**+ 50**

**- 10**

Det går inte att ta bort 8 ental. Tag istället bort 1 tiotal och lägg till 2 ental genom att göra en femövergång.

**-10**

**+ 5**

**- 3**

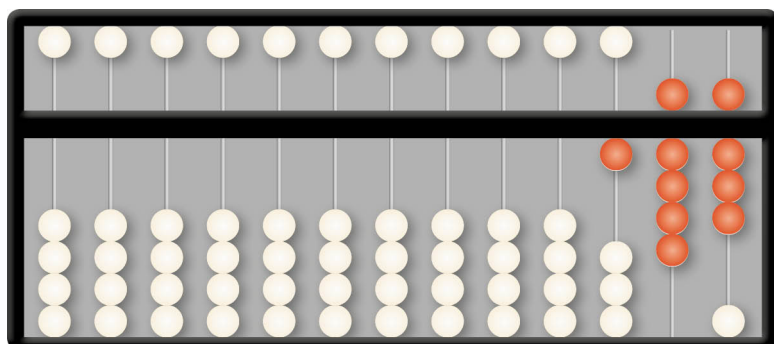
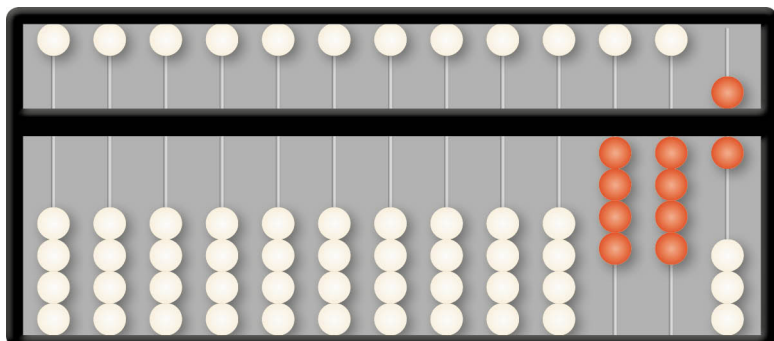
**Svar: 66**

**66**

## Subtraktion med övergång över flera rader



### EXEMPEL 1



$$446 - 248$$

Sätt upp talet 446.

**446**

Tag bort 2 hundratal.

**- 200**

Tag bort 4 tital.

**- 40**

Det går inte att ta bort 8 ental. Det går inte heller att ta bort 1 tital.

Tag istället bort 1 hundratal och lägg till 9 tital.

**- 100**

**+ 90**

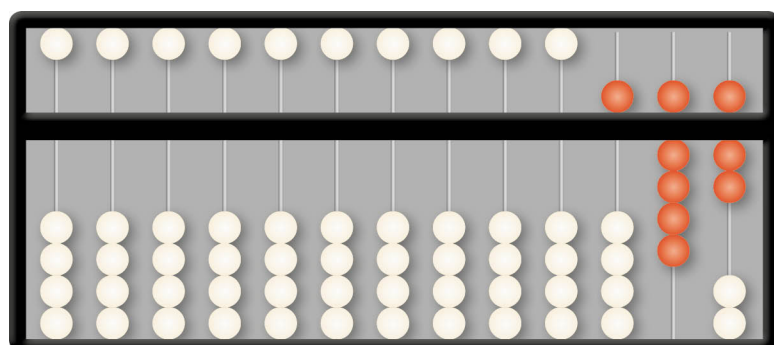
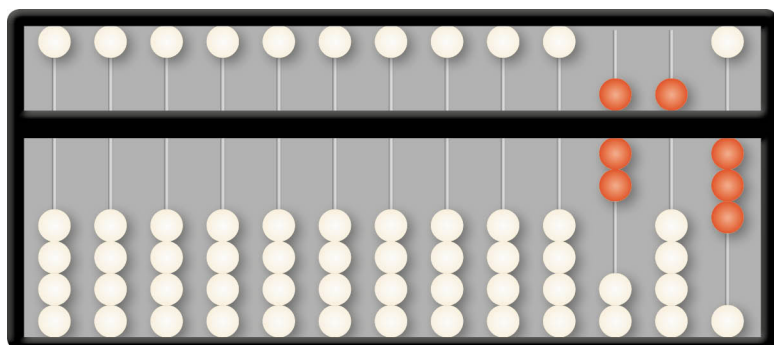
Du har nu tagit bort 1 tital. Lägg till 2 ental.

**+ 2**

**Svar: 198**

**198**

### EXEMPEL 2



$$753 - 156$$

Sätt upp talet 753.

**753**

Tag bort 1 hundratal.

**- 100**

Tag bort 5 tital.

**- 50**

Det går inte att ta bort 6 ental. Det går inte heller att ta bort 1 tital. Tag istället bort 1 hundratal och lägg till 9 tital.

**- 100**

**+ 90**

Du har nu tagit bort 1 tital. Lägg till 4 ental genom att göra en femövergång.

**+ 5**

**- 1**

**Svar: 597**

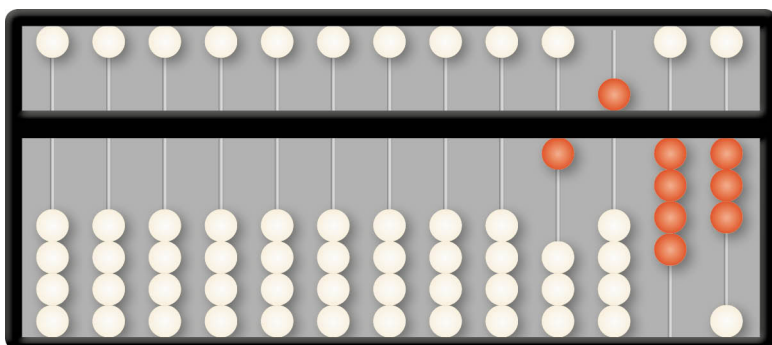
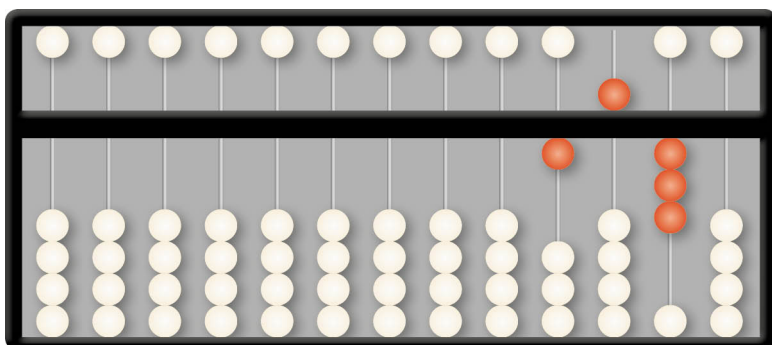
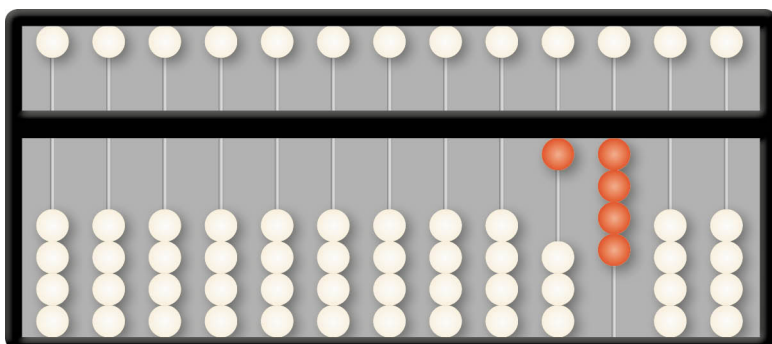
**597**

## Skriftlig huvudräkning – addition

Abakusen fungerar bra som anteckningshjälpmedel för olika mellanled då en skriftlig uträkning i addition delas upp i flera delsteg. Svaret kan avläsas direkt. Övergångar kan förekomma men är ofta enkla att utföra.

I exemplet  $856 + 687$ , blir mellanleden  $1400 + 130 + 13$ .

EXEMPEL



**$856 + 687$**

Tänk:  $800 + 600$   
Sätt upp talet 1400.

**1400**

Tänk:  $50 + 80$   
Lägg till 130.  
På hundratalraden  
blir det först en  
femövergång.

**+ 500**  
**- 400**  
**+ 30**

Tänk:  $6 + 7$   
Lägg till 13.

**+ 10**  
**+ 3**

**Svar: 1543**

**1543**

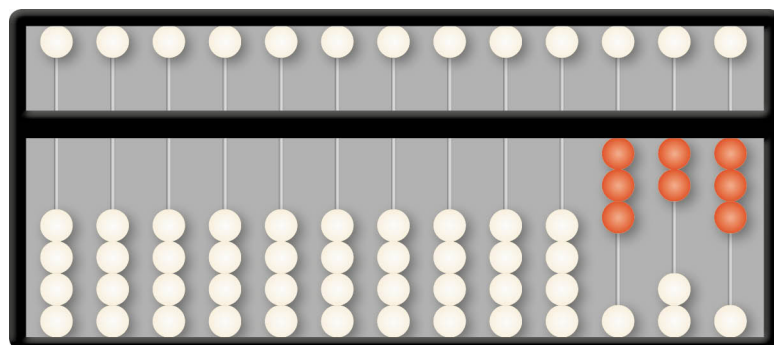
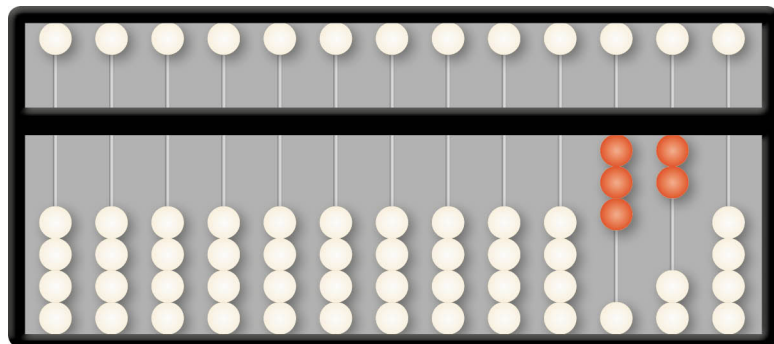
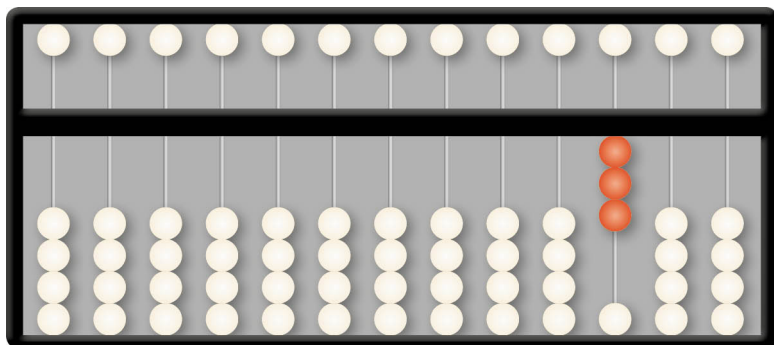
## Skriftlig huvudräkning – subtraktion



Precis som i addition kan eleven använda abakusen som anteckningshjälpmedel för de olika mellanleden även i subtraktion. Svaret kan avläsas direkt.

I exemplet  $357 - 34$  blir mellanleden  $300 + 20 + 3$ .

EXEMPEL



**357 - 34**

Sätt upp talet 300.

**300**

Tänk: 50 - 30  
Sätt upp 20.

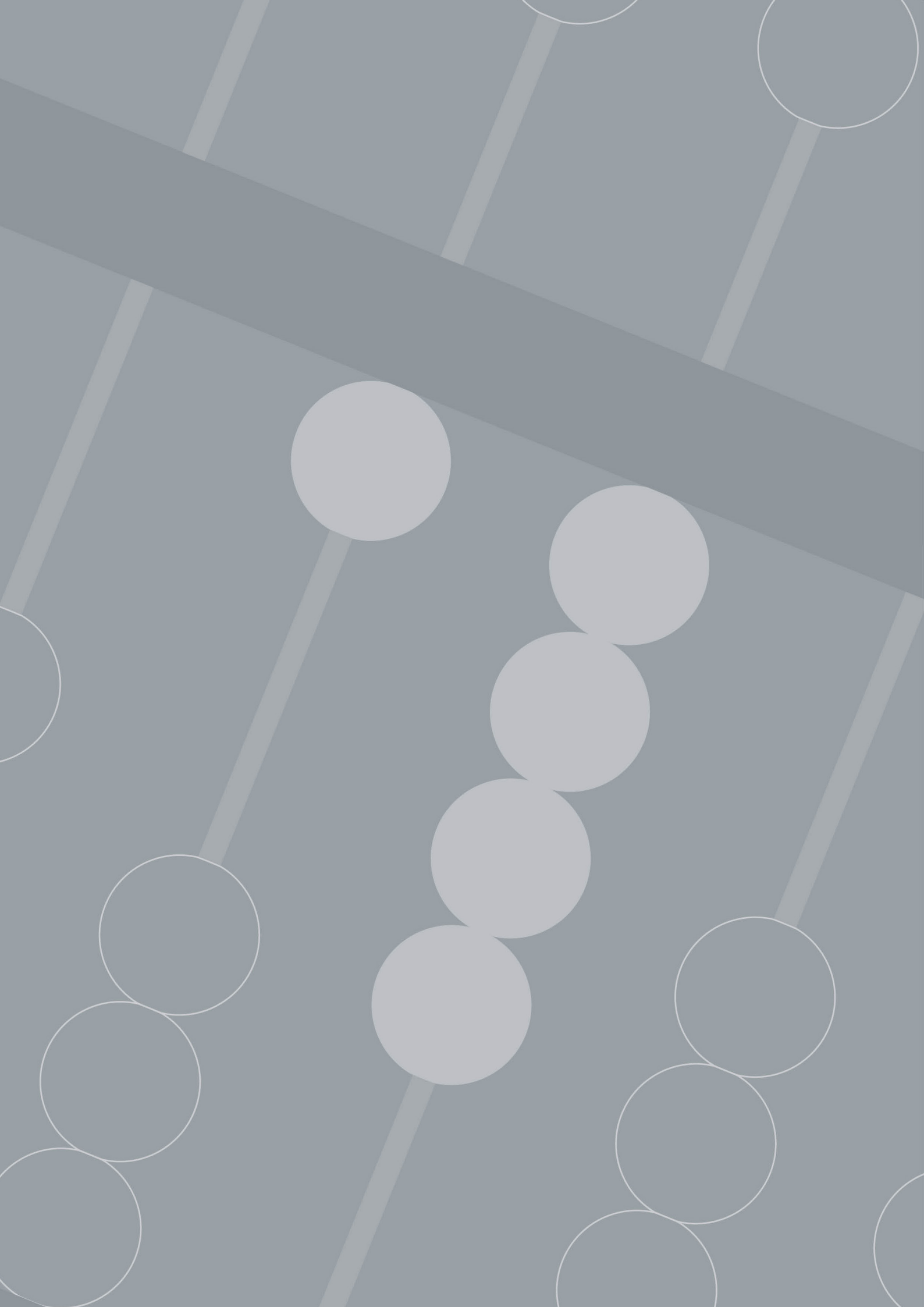
**+ 20**

Tänk: 7 - 4  
Sätt upp 3.

**+ 3**

**Svar: 323**

**323**



# MULTIPLIKATION

Algoritmer med multiplikation på abakus skiljer sig från addition och subtraktion eftersom talen även sätts upp till vänster på abakusen och vänster hand flyttar kulorna. Innan eleven börjar räkna multiplikation på abakus måste eleven behärska addition och subtraktion med övergångar, och kunna multiplikationstabellerna. Många elever föredrar skriftlig huvudräkning som metod, eftersom det blir färre uträkningssteg.

## Skriftlig huvudräkning

### EXEMPEL 1 – MULTIPLIKATION

$$6 \cdot 82$$

Lös uppgiften genom upprepad addition. De mellanled som antecknas på abakusen blir:

$$6 \cdot 80 = 480 \quad \text{Sätt upp 480 på abakusen.}$$

$$6 \cdot 2 = 12 \quad \text{Lägg till 12.}$$

Svaret 492 läses av på abakusen.

Exempel på den skriftliga redovisningen:  $480 + 12 = 492$

### EXEMPEL 2 – MULTIPLIKATION

$$32 \cdot 84$$

$$30 \cdot 80 = 2400 \quad \text{Sätt upp 2400 på abakusen.}$$

$$30 \cdot 4 = 120 \quad \text{Lägg till 120.}$$

$$2 \cdot 80 = 160 \quad \text{Lägg till 160.}$$

$$2 \cdot 4 = 8 \quad \text{Lägg till 8.}$$

Svaret 2688 läses av på abakusen.

Exempel på den skriftliga redovisningen:  $2400 + 120 + 160 + 8 = 2688$

Vissa elever skriver upp följande mellanled:  $30 \cdot 80 + 30 \cdot 4 + 2 \cdot 80 + 2 \cdot 4$

## Algoritmer med multiplikation

Placera den faktor som har lägst antal siffror längst till vänster på abakusen. Den andra faktorn placeras till höger, enligt nedanstående regler:

- Vid ensiffrig faktor till vänster lämnas två tomma rader längst till höger.
- Vid tvåsiffrig faktor till vänster lämnas tre tomma rader längst till höger.
- Vid tresiffrig faktor till vänster lämnas fyra tomma rader längst till höger och så vidare.
- Det blir alltså en tom rad mer än det antal siffror som finns i den faktor som placeras till vänster på abakusen, detta för att lämna plats för svaret.
- Vid multiplikation på abakus måste varje delprodukt tänkas tvåsiffrigt, som i exemplet  $2 \cdot 3 = 06$ . Även nollan placeras på en rad för att sexan ska hamna på rätt rad.

Det kan vara svårt att hitta rätt på abakusen vid räkning med flera siffror i faktorerna. Det underlättar om man använder båda händernas pekfinger och tummar till höger på abakusen och låter vänster lillfinger sköta faktorn till vänster. Om elevens hand är liten så att den inte når över hela abakusen är det vänster lillfinger som får släppa kontakten med kulorna.

För att det ska bli effektivt att räkna multiplikation så är det nödvändigt att ha en fungerande fingersättning. Vid introduktionen av multiplikation kan den fingersättning som beskrivs vara lämplig. Senare kan eleverna utveckla egna framgångsrika metoder. När man väl har förstått principen för hur man räknar multiplikation på abakus finns det ingen anledning att göra omfattande multiplikationer, utan då använder man istället miniräknare. Även då båda faktorerna innehåller minst två siffror används miniräknare.



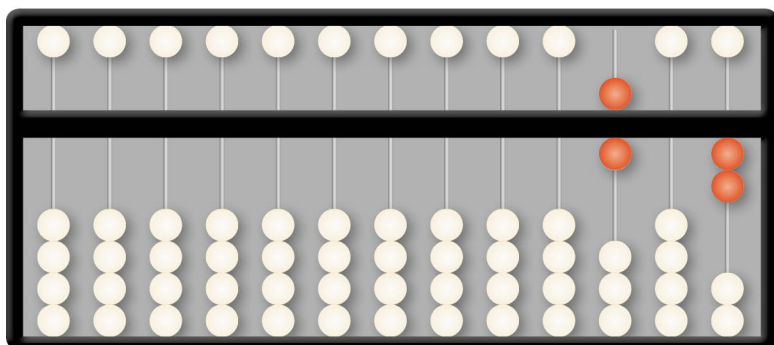
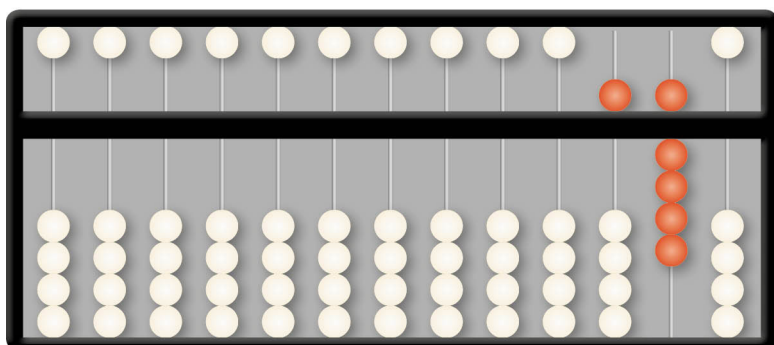
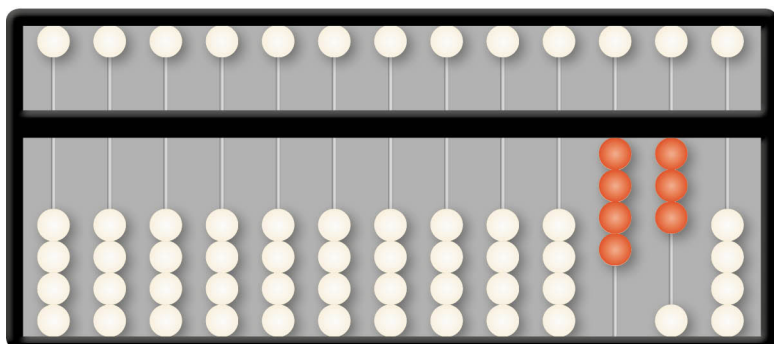
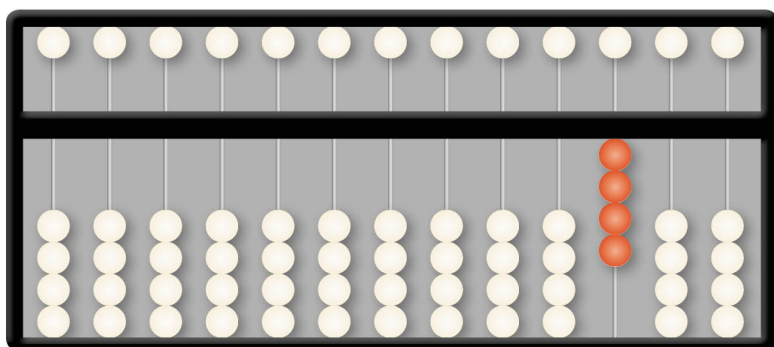
## Skriftlig huvudräkning – multiplikation



Precis som i addition och subtraktion kan eleven använda abakusen som anteckningshjälpmedel för de olika mellanleden. Svaret kan avläsas direkt.

I exemplet  $14 \cdot 43$  blir mellanleden  $400 + 30 + 160 + 12$

EXEMPEL



**$14 \cdot 43$**

Tänk:  $10 \cdot 40$   
Sätt upp 400.

**400**

Tänk:  $10 \cdot 3$   
Lägg till 30.

**+ 30**

Tänk:  $4 \cdot 40$   
Lägg till 160.

**+ 160**

Tänk:  $4 \cdot 3$   
Lägg till 12.

**+ 12**

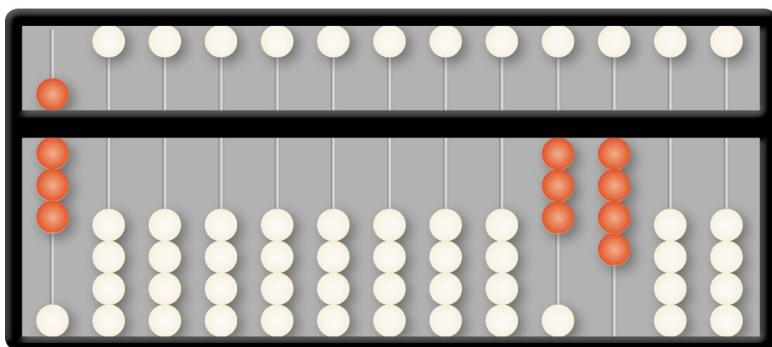
**Svar: 602**

**602**

## Multiplikation med ensiffrig faktor till vänster

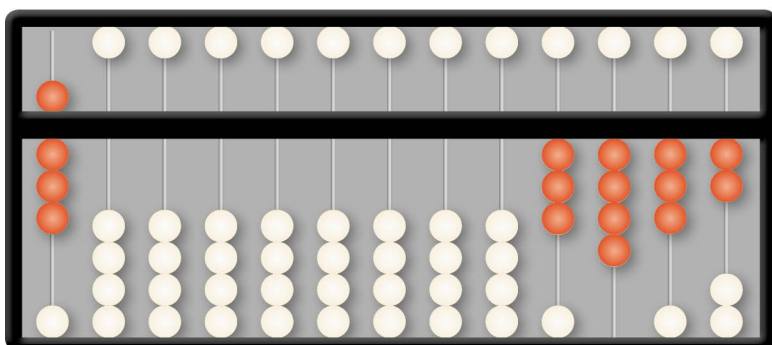
Sätt upp höger faktor så att den följs av en tom rad mer än antalet siffror i vänster faktor. Börja räkningen från ytterkanterna. Vänster pekfinger ska inte lämna sin plats på ramen. Flytta bort den färdigbehandlade siffran i högra faktorn.

EXEMPEL

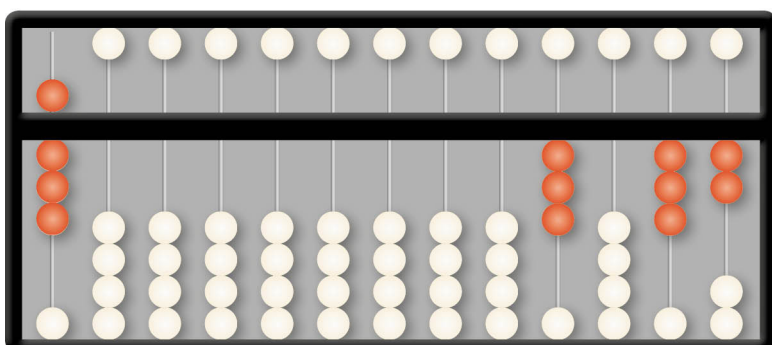


$$8 \cdot 34$$

Sätt upp 8 längst till vänster på ramen. Placera 34 till höger på ramen, men med två tomma rader efter. Placera vänster lillfinger på 8:an och vänster pekfinger och vänster tumme på 4:an.



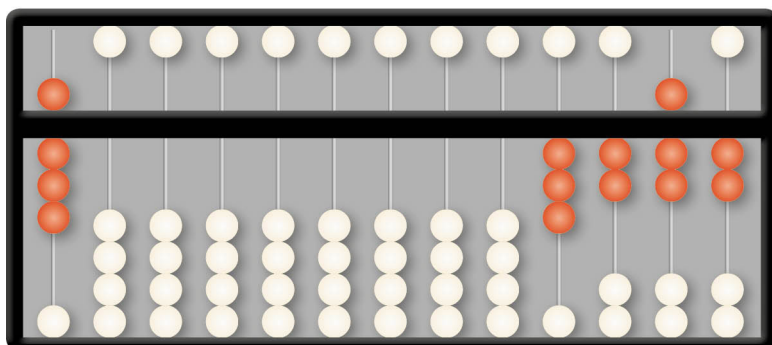
Tänk: 8 gånger 4 är 32. Vänster pekfinger och vänster tumme stannar kvar på 4:an. Höger tumme sätter upp 3 på tiotalraden, därefter 2 på entalsraden.



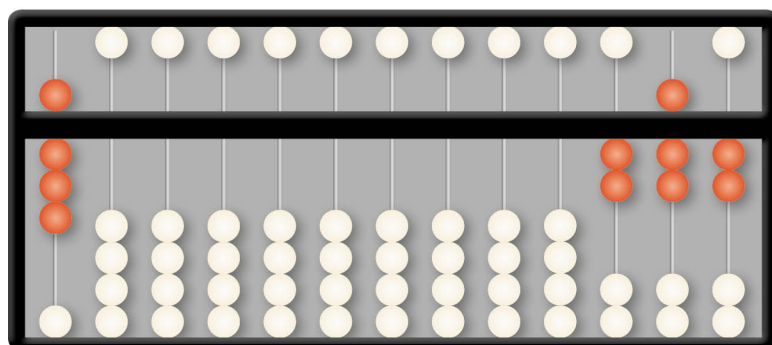
Vänster pekfinger tar bort 4:an och flyttar 1 steg åt vänster, det vill säga till 3:an. Tänk: 8 gånger 3 är 24. Vänster pekfinger och vänster tumme stannar kvar på 3:an.



## EXEMPEL FORTSÄTTNING



Höger tumme sätter upp 2 på raden närmast efter 3:an (hundratalraden) och 4 på följande rad (tiotalraden). Observera att det blir en femövergång.



Vänster pekfinger tar bort 3:an och flyttar åt vänster. Där är det tomt vilket betyder att uträkningen är avslutad.

**Svar: 272**

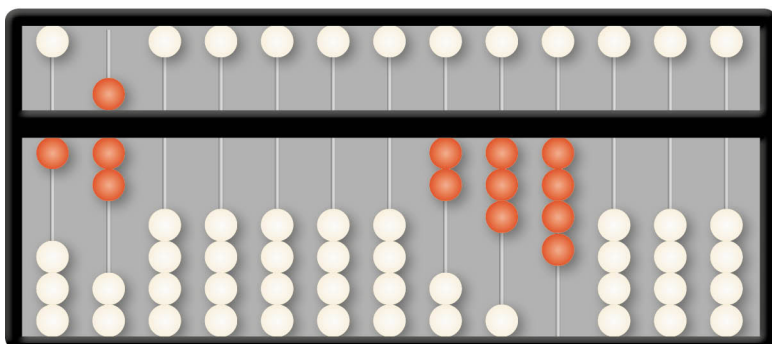
## Multiplikation med tvåsiffrig faktor till vänster

Kom ihåg att varje delprodukt är tvåsiffrig.

Tänk: 1 gånger 4 är 04.

Börja räkningen från ytterkanterna. Vänster pekfinger ska inte lämna sin plats på ramen. Var noga med att hålla kvar höger pekfinger när anvisningarna säger så. Flytta bort färdigbehandlad siffra i högra faktorn. Observera att i exemplet nedan förekommer två femövergångar.

EXEMPEL



**17 • 234**

Sätt upp 17 längst till vänster och 234 till höger med tre tomma rader efter. Obs! en tom rad mer än antalet siffror i talet 17. Placera vänster lillfinger på 1:an och vänster pekfinger och tumme på 4:an.

Tänk: 1 gånger 4 är 04.

0 placeras på raden närmast efter 4 (hundratalraden).

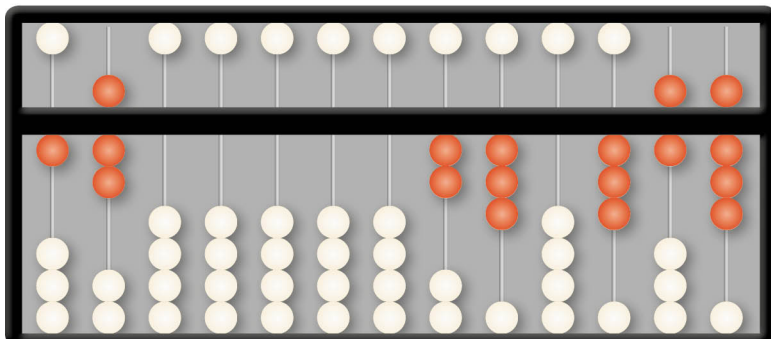
4 sätts upp på raden därefter till höger med höger tumme som stannar kvar på tiotalraden. Vänster lillfinger flyttas till 7:an.

Tänk: 7 gånger 4 är 28.

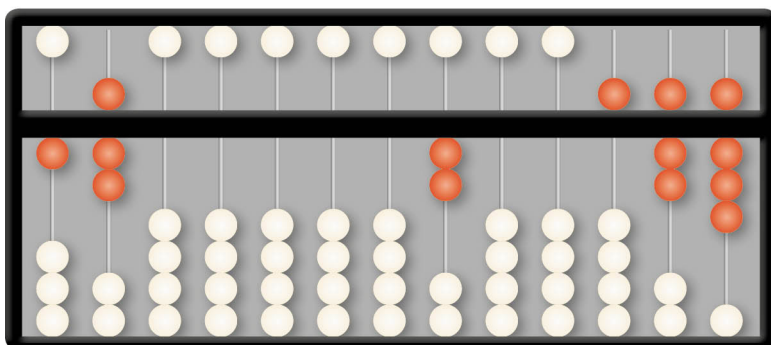
Höger pekfinger och tumme sätter upp 2 på tiotalraden och 8 på entalsraden. Vänster pekfinger tar bort 4:an och flyttar ett steg åt vänster till 3:an. Vänster lillfinger flyttar samtidigt ett steg åt vänster till 1:an.



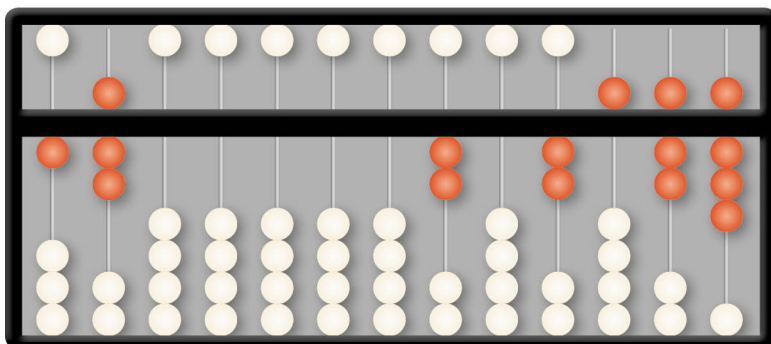
EXEMPEL FORTSÄTTNING



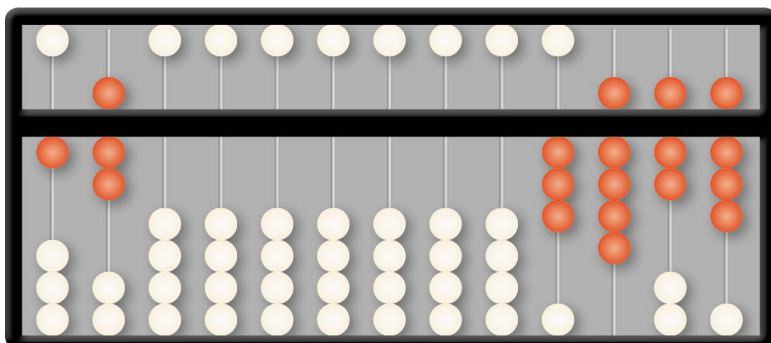
Tänk: 1 gånger 3 är 03.  
0 placeras på raden närmast efter vänster pekfinger (tusentalsraden). 3 sätts upp på följande rad (hundratalraden) med höger tumme som stannar kvar där. Vänster lillfinger flyttas till 7:an.



Tänk: 7 gånger 3 är 21.  
2 sätts upp där höger tumme befinner sig (hundratalraden). 1 sätts upp på följande rad (tiotalraden). Vänster pekfinger tar bort 3:an och flyttar ett steg åt vänster till 2:an. Vänster lillfinger flyttar samtidigt ett steg åt vänster.

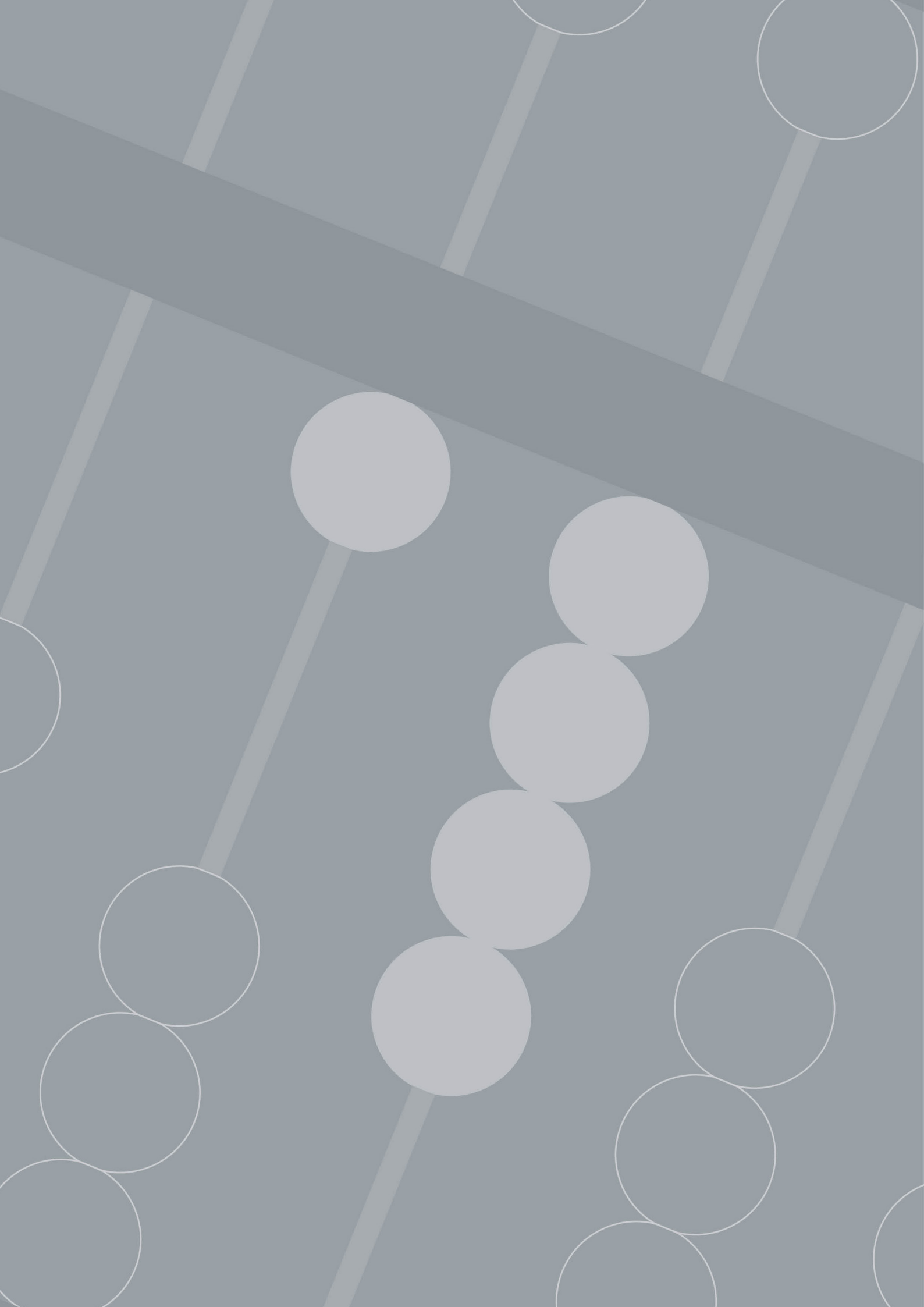


Tänk: 1 gånger 2 är 02.  
Höger tumme placerar 0 på staven till höger om vänster pekfinger (tiotusentalraden) och 2 sätts upp på följande rad (tusentalraden). Höger tumme stannar där. Vänster lillfinger flyttar till 7:an.



Tänk: 7 gånger 2 är 14.  
Höger tumme sätter upp 1 på den rad där fingret befinner sig. 4 sätts upp på följande rad (hundratalraden). Vänster pekfinger tar bort 2:an och flyttar ett steg i taget åt vänster. Inga siffror finns kvar i högra faktorn. Uträkningen är klar.

**Svar: 3978**





# DIVISION

När eleven väl har förstått principen för hur man räknar division på abakus finns ingen anledning att utföra omfattande divisioner utan då används istället miniräknare. Då nämnaren innehåller minst två siffror rekommenderas också miniräknare.

För att kunna räkna multiplikation på abakusen måste eleven behärska addition, subtraktion med övergångar och division.

## Kort division

Kort division går utmärkt att utföra på abakus och underlättar elevens arbete. Täljaren sätts upp längst till höger på abakusen och nämnaren hålls i minnet eller sätts ofta av nybörjare upp i mitten på abakusen. Svaret kommer att utläsas längst till vänster på abakusen. Eventuell rest finns längst till höger.

## Algoritmer med division

Täljaren placeras längst till höger på abakusen. Nämnaren placeras längst till vänster på abakusen. Räkningen underlättas om man använder båda händernas pekfinger och tummar till höger på ramen och låter vänster lillfinger sköta nämnaren till vänster.

Kvoten placeras till vänster om täljaren. Till skillnad från tidigare räknesätt så är det nu vänster pekfinger som flyttar kulorna som ger svaret på uppgiften. Om täljare och nämnare har samma antal siffror i första deldivisionen placeras den första kvotsiffran med en tom rad, till vänster om täljaren. I övriga fall, om täljaren innehåller en siffra mer än nämnaren, sätts kvotsiffran omedelbart intill täljaren.

### EXEMPEL 1 – DIVISION

$$\frac{5}{2}$$

$$\frac{285}{15}$$

$$\frac{37576}{122}$$

**Samma antal siffror i första deldivisionen.**

### EXEMPEL 2 – DIVISION

$$\frac{32}{4}$$

$$\frac{175}{25}$$

$$\frac{11375}{125}$$

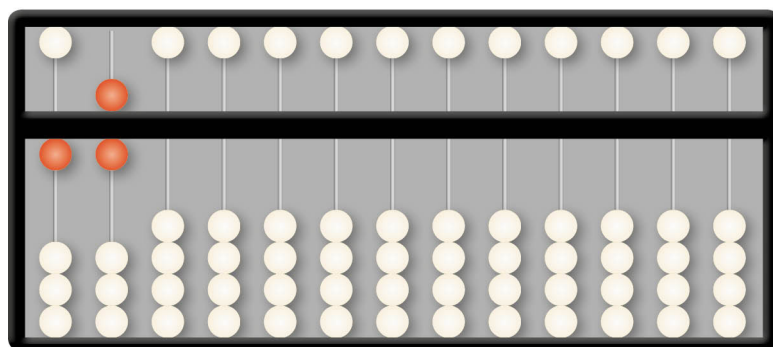
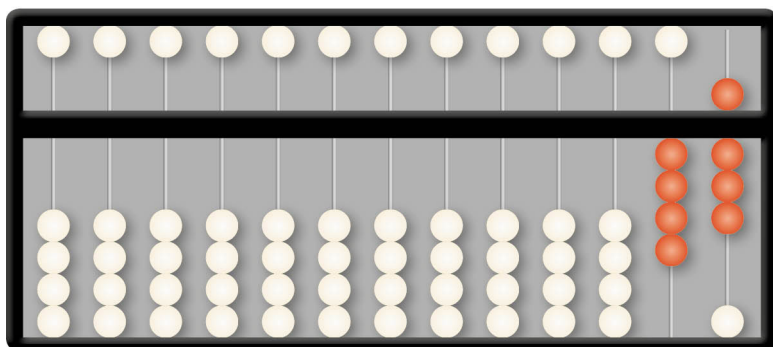
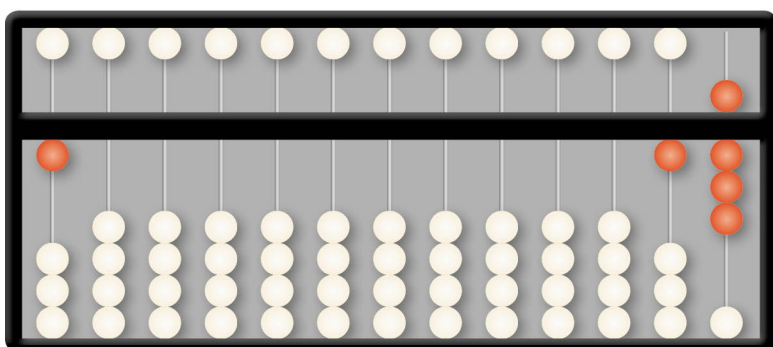
**Täljaren innehåller en siffra mer i första deldivisionen.**

När svaret i en division ska utläsas ska man ta bort ett antal tomma rader från höger på abakusen. Man ska alltid ta bort en rad mer än antalet siffror i nämnaren. Om nämnaren har en siffra tar man alltså bort två tomma rader. Om nämnaren har två siffror tar man bort tre tomma rader och så vidare.

## Kort division

Sätt upp täljaren längst till höger. Nämnaren hålls i minnet. Svaret utläses längst till vänster.

EXEMPEL



$$\frac{48}{3}$$

Sätt upp talet 48. Tänk:  
3 i 4 går en gång.

Sätt upp 1 längst till vänster på  
abakusen.  
Tänk: 1 gånger 3 är 3.  
Tag bort 3 från tiotalraden.

Tänk: 3 i 18 går 6 gånger.  
Sätt upp 6 på andra raden från  
vänster. 3 gånger 6 är 18. Tag  
bort 18. Svaret finns nu längst till  
vänster.

**Svar: 16**

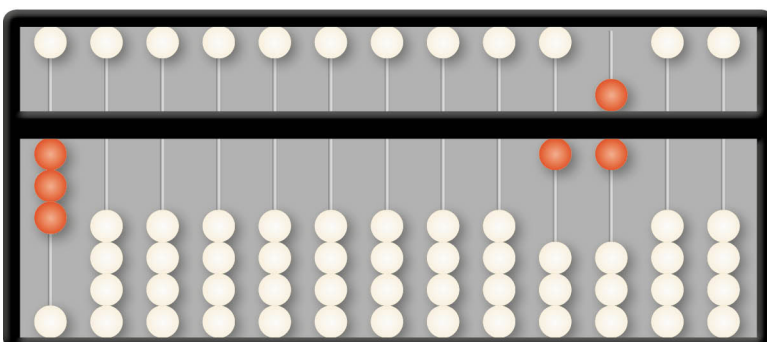
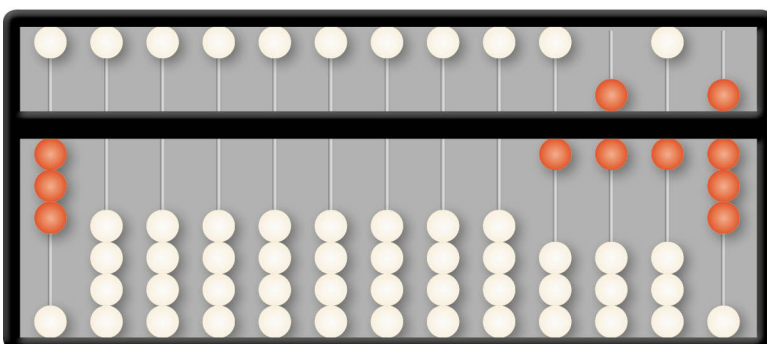
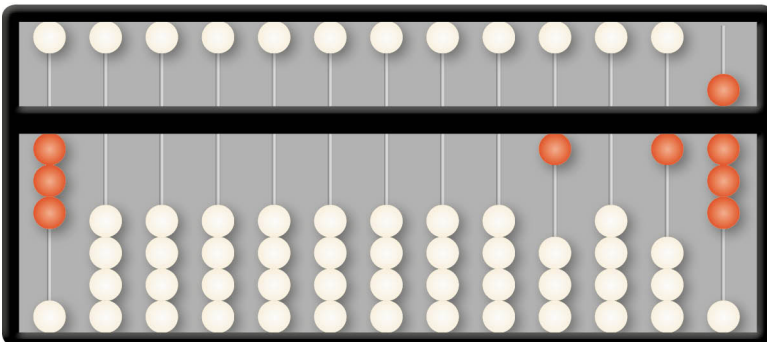
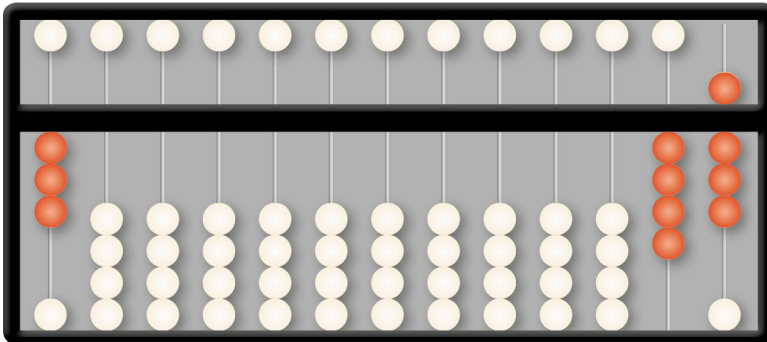


## Division med ensiffrig nämnare



Placera täljaren längst till höger. Placera nämnaren längst till vänster. Placera kvoten till vänster om täljaren. Tag bort två tomma rader från höger när svaret läses.

EXEMPEL



$$\begin{array}{r} 48 \\ 3 \end{array}$$

Sätt upp täljaren (48) längst till höger och nämnaren (3) längst till vänster. Placera vänster lillfinger på 3:an och höger pekfinger på 4:an. Tänk: 3 i 4 går en gång.

Sätt med vänster pekfinger upp 1 på tusentalsraden (en tom rad mellan täljaren och första kvotsiffran). Vänster pekfinger stannar kvar på 1:an. Tänk: 3 gånger 1 är 03. Höger pekfinger tar bort 0 på raden närmast efter (på hundratalraden) och tar bort 3 på följande rad (tiotalraden). Höger pekfinger stannar på tiotalraden.

Flytta vänster pekfinger och höger pekfinger samtidigt ett steg åt höger. Tänk: 3 i 18 går 6 gånger. Vänster pekfinger och vänster tumme sätter upp 6 på hundratalraden och stannar där.

Tänk: 3 gånger 6 är 18. Höger pekfinger tar först bort 1 från raden närmast efter vänster pekfinger (tiotalraden) och sedan 8 på raden längst till höger.

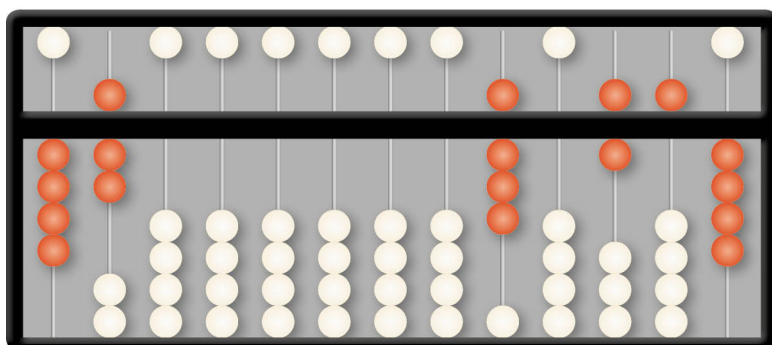
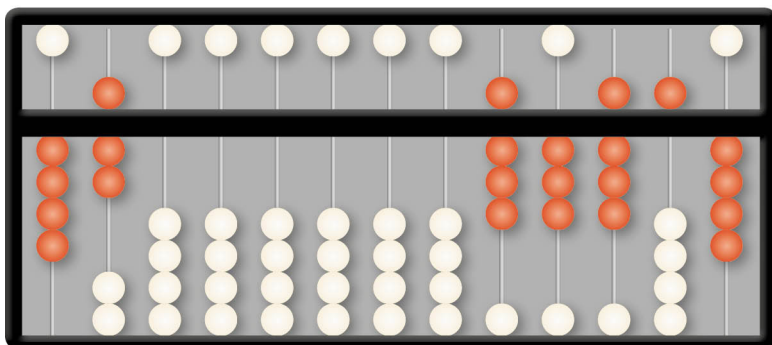
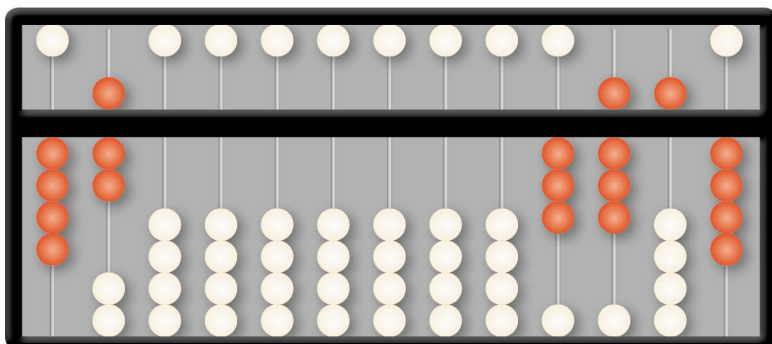
**Svar: 16**

Jämför uppgiften ovan med samma exempel på sidan 46.

## Division med tvåsiffrig nämnare

Täljaren placeras längst till höger. Nämnaren placeras längst till vänster. Kvoten placeras till vänster om täljaren. Tag bort tre tomma rader från höger när svaret läses.

EXEMPEL



$$\begin{array}{r} 3854 \\ 47 \end{array}$$

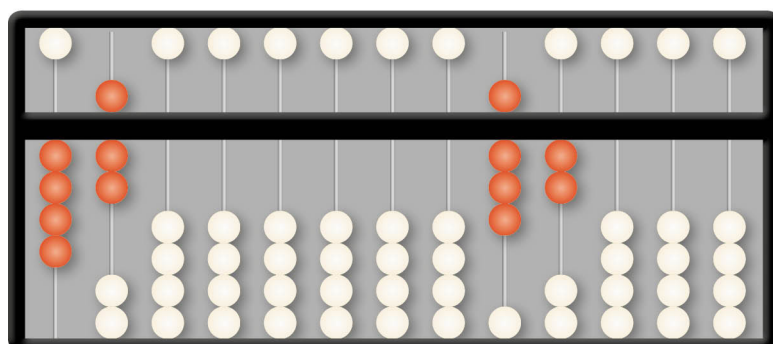
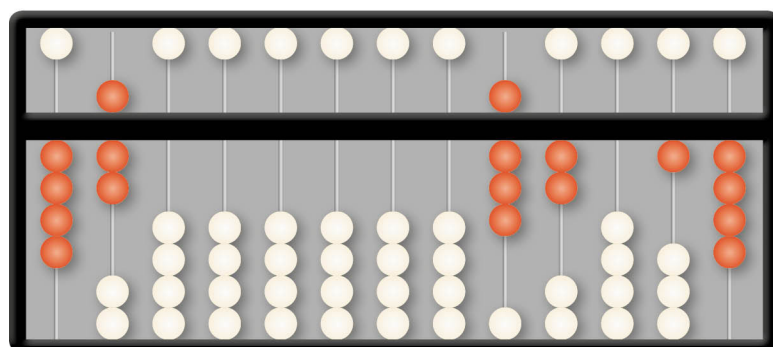
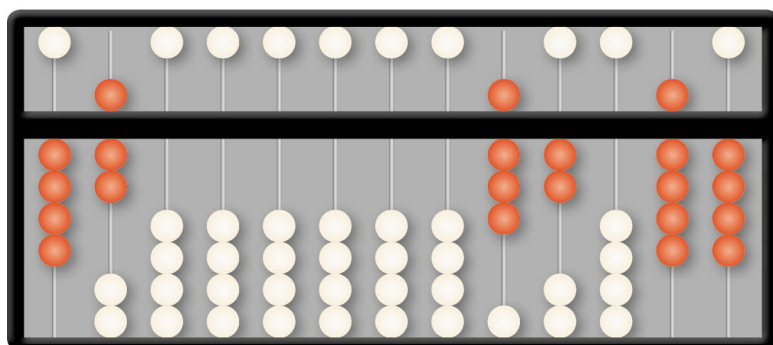
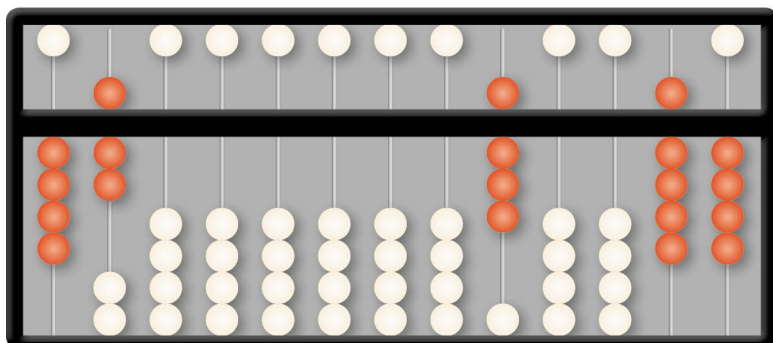
Sätt upp 3854 längst till höger på abakusen och 47 längst till vänster. Placera vänster lillfinger på 47 och höger pekfinger på femman i 3854.

Tänk: 47 i 385 går 8 gånger. Vänster pekfinger och vänster tumme sätter upp 8 omedelbart före 3:an (tiotusentalsraden). Vänster pekfinger stannar på 8:an. Vänster lillfinger på 4:an i 47.

Tänk: 4 gånger 8 är 32. Höger pekfinger tar bort 3 från raden närmast efter vänster pekfinger (tusentalsraden) och 2 från följande rad. Höger pekfinger och höger tumme stannar där (hundredtalsraden). Vänster lillfinger flyttas till 7:an i 47.



## EXEMPEL FORTSÄTTNING



Tänk: 7 gånger 8 är 56.  
Höger pekfinger tar bort 5 från den rad där fingret befinner sig (hundratalraden) och 6 från följande rad. Här får man göra en tioövergång.  
Båda pekfingerarna flyttas nu samtidigt ett steg åt höger.

Tänk: 47 i 94 går 2 gånger.  
Vänster pekfinger sätter upp 2 där fingret befinner sig (tusentalraden).  
Vänster lillfinger är på 4:an i 47.

Tänk: 4 gånger 2 är 08.  
Placera 0 på raden närmast efter vänster pekfinger (hundratalraden) och tag bort 8 från följande rad (tiotalraden).  
Höger pekfinger och höger tumme stannar där.  
Vänster lillfinger flyttar till 7:an.

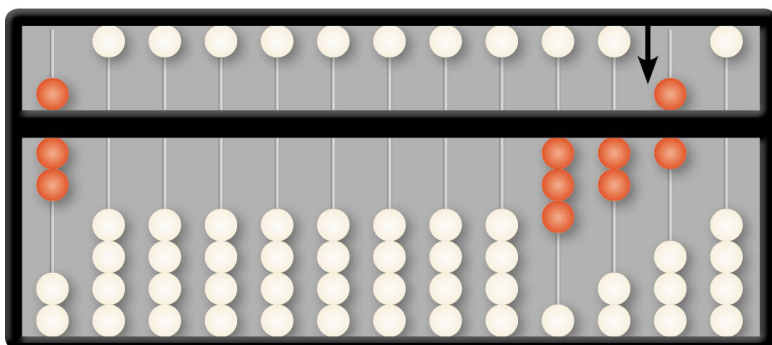
Tänk: 7 gånger 2 är 14.  
Höger pekfinger tar bort 1 från tiotalraden och sedan 4 från följande rad (entalsraden).  
Nämnamnaren är tvåsiffrig.  
Tag bort tre rader längst till höger.

**Svar: 82**

## Decimaltal

För att markera decimaltecknet på abakusen kan man sätta en bit häftmassa på bommen eller trä en gummisnodd runt ramen.

EXEMPEL



$$\begin{array}{r} 3,26 \\ 0,7 \end{array}$$

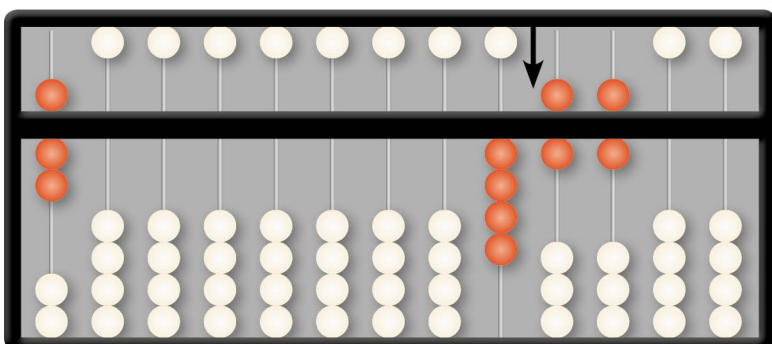
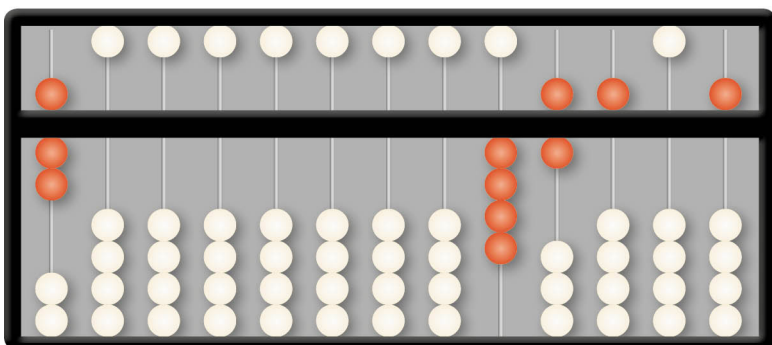
Förläng så att nämnaren blir ett helt tal:  $\frac{32,6}{7}$

Kvoten blir inte exakt. Om svaret ska ha två decimaler sätter man upp täljaren med två decimaler,  $\frac{32,60}{7}$

Efter uträkningen får vi svaret 465 rest 5.

Eftersom resten är större än halva nämnaren höjs sista siffran i svaret till 6. Nämnaren är ensiffrig. Flytta decimaltecknet två steg åt vänster.

**Svar: 4,66**



# ÖVNINGSEXEMPEL

**Välj skriftlig huvudräkning eller räkning med algoritmer.**

Addition och subtraktion utan övergång

1.  $55 + 32 = 87$
2.  $23 + 66 = 89$
3.  $231 + 506 = 737$
4.  $135 + 161 = 296$
5.  $6751 + 3237 = 9988$
6.  $79 - 63 = 16$
7.  $93 - 12 = 81$
8.  $848 - 813 = 35$
9.  $693 - 102 = 591$
10.  $3768 - 3612 = 156$

Addition och subtraktion med femövergång

11.  $34 + 13 = 47$
12.  $52 + 44 = 96$
13.  $443 + 202 = 645$
14.  $414 + 282 = 696$
15.  $3212 + 2543 = 5755$
16.  $66 - 12 = 54$
17.  $57 - 24 = 33$
18.  $563 - 321 = 242$
19.  $855 - 423 = 432$
20.  $7566 - 6134 = 1432$

Addition och subtraktion med tioövergång

21.  $23 + 67 = 90$
22.  $34 + 59 = 93$
23.  $212 + 892 = 1104$
24.  $782 + 447 = 1229$
25.  $8334 + 2098 = 10432$
26.  $67 - 58 = 9$
27.  $41 - 25 = 16$
28.  $964 - 683 = 281$
29.  $626 - 585 = 41$
30.  $5763 - 4985 = 778$

### Addition och subtraktion med komplicerad övergång

31.  $53 + 96 = 149$
32.  $68 + 70 = 138$
33.  $185 + 387 = 572$
34.  $525 + 966 = 1491$
35.  $5537 + 3627 = 9164$
36.  $71 - 66 = 5$
37.  $92 - 16 = 76$
38.  $945 - 489 = 456$
39.  $304 - 296 = 8$
40.  $9913 - 4265 = 5648$

### Addition och subtraktion över flera rader

41.  $17 + 89 = 106$
42.  $69 + 35 = 104$
43.  $558 + 345 = 903$
44.  $277 + 126 = 403$
45.  $725 + 176 = 901$
46.  $643 - 544 = 99$
47.  $972 - 275 = 697$
48.  $712 - 114 = 598$
49.  $481 - 188 = 293$
50.  $413 - 217 = 196$

### Multiplikation med ensiffrig faktor till vänster

51.  $2 \cdot 65 = 130$
52.  $4 \cdot 58 = 232$
53.  $5 \cdot 4913 = 24565$
54.  $6 \cdot 6918 = 41508$
55.  $4 \cdot 301 = 1204$

### Multiplikation med tvåsiffrig faktor till vänster

56.  $65 \cdot 70 = 4550$
57.  $41 \cdot 312 = 12792$
58.  $65 \cdot 193 = 12545$
59.  $23 \cdot 2481 = 57063$
60.  $15 \cdot 1294 = 19410$

### Division med ensiffrig nämnare

$$61. \frac{375}{5} = 75$$

$$62. \frac{376}{4} = 94$$

$$63. \frac{1995}{5} = 399$$

$$64. \frac{21105}{3} = 7035$$

$$65. \frac{39852}{4} = 9963$$

### Division med tvåsiffrig nämnare

$$66. \frac{280}{5} = 75$$

$$67. \frac{192}{48} = 4$$

$$68. \frac{416}{52} = 8$$

$$69. \frac{3936}{41} = 96$$

$$70. \frac{1162}{14} = 83$$

### Division med rest

$$71. \frac{2432}{3} = 810 \text{ rest } 2$$

$$72. \frac{7107}{9} = 789 \text{ rest } 6$$

$$73. \frac{1522}{35} = 43 \text{ rest } 17$$

$$74. \frac{2642}{83} = 31 \text{ rest } 69$$

$$75. \frac{4332}{47} = 92 \text{ rest } 8$$



## REFERENSER

Butterworth, Brian (2000), *Den matematiska människan*. Stockholm: Wahlström & Widstrand.

Eng, Marianne (2010), *Abakus- något att räkna med?* Stockholm: Specialpedagogiska Institutionen.

Fischer, B. m fl. (2008), *Subitizing and visual counting in children with problems acquiring basic arithmetic skills*. University of Freiburg.

Foong Pui Yee (1998), *Learning abacus: What cognitive processes do pupils use? I: REACT 1998(2)*. National Institute of Education Singapore. S. 24–29.

Hatano G. (1997), Learning arithmetic with an abacus. I: Nunes T, Bryant P, (red.) *Learning and teaching mathematics: An international perspective*. New York: Psychology Press. S. 209–231.

Hemberg, Mats (2012), *Kul med abakus*. I: Nämnaren nr 4, NCM, Göteborgs Universitet.

Kapperman, G., Heinze, T., & Sticken, J. (2000), Mathematics. I: A. J. Koenig & M. C. Holbrook (red.), *Foundations of education, Volume II, Instructional strategies for teaching children and youths with visual impairments*. New York: AFB Press. S. 370–399.

Lindblå, Pelle (2012), *Abakusen - ett möjligt mattelyft?* I: Nämnaren nr 4, NCM, Göteborgs Universitet.

Rockström, Birgitta (2000), *Skriftlig huvudräkning: Metodbok*. Stockholm: Bonnier Utbildning.

Sökord: japansk abakus, abakus, abacus, soroban, subitiseringsförmåga



# KOPIERINGSUNDERLAG

**MATTEKORT 1**

2	1	2	4	9	10
+5	+3	+2	+5	+1	+2
+2	-1	-3	+1	-2	+1
+1	+5	+5	+5	+1	-4
	-6	-1	-1	-6	-7
<b>= 10</b>	<b>= 2</b>	<b>= 5</b>	<b>= 14</b>	<b>= 3</b>	<b>= 2</b>

**MATTEKORT 2**

5	3	9	14	23	3
-2	+5	-2	+15	-15	+14
+4	+2	+5	-22	+100	-3
+3	+3	+8	+35	-10	+12
-6	-5	-3		-20	+7
<b>= 4</b>	<b>= 8</b>	<b>= 17</b>	<b>= 42</b>	<b>= 78</b>	<b>= 33</b>

# KOPIERINGSUNDERLAG

## MATTEKORT 3

126	1234	9119	4321	959	43210
+ 50	+ 1208	+ 111	- 548	- 232	- 41976
+ 30	- 220	- 8500	+ 33900	+ 151	+ 92405
- 10	- 451	+ 1051	+ 21922	- 616	+ 6360
- 5		+ 210	- 8080		
= 191	= 1771	= 1991	= 51515	= 262	= 99999

## MATTEKORT 4

14	11	22	42	3	15
+ 6	- 6	- 15	+ 8	+ 2	- 3
- 15	+ 5	+ 3	+ 23	- 4	+ 8
+ 6	+ 8	- 7	- 5	+ 19	- 17
- 7	- 9	- 3	- 13	+ 40	+ 6
= 4	= 9	= 0	= 55	= 60	= 9



**Räkna med ABAKUS** är ett läromedel som ger grundläggande kunskaper i abakusräkning med den japanska abakusen, soroban.

**HANDLEDNINGEN** riktar sig till lärare som undervisar elever med svår synnedsättning eller blindhet i matematik men kan användas av alla som vill lära sig att räkna med abakus. Handledningen ger en noggrann genomgång och beskriver några användbara metoder vid introduktionen av abakusen. Den går igenom de fyra räknesätten addition, subtraktion, multiplikation och division samt innehåller övningar och exempel som kan användas både enskilt och i grupp.

**ÖVNINGSBOKEN** riktar sig till elever för fortsatt träning i de fyra räknesätten. Den finns i två varianter, en med svartskrift och en med både punktskrift och svartskrift, för ett inkluderande arbetssätt.

ISBN: 987-91-28-11600-8 (tryckt)

Artikel nr: 11600

ISBN: 978-91-28-11604-6 (pdf)

Artikel nr: 11604

ISBN: 978-91-28-11608-4 (html)

Artikel nr: 11608

[www.spsm.se](http://www.spsm.se)

Specialpedagogiska  
skolmyndigheten 

